考虑次关键路线的基于粒子群算法工期 - 费用优化研究

贾正源 ,宫立华
(华北电力大学 经济管理系 ,河北 保定 ,071003)

摘 要:工期 - 费用优化是网络优化技术的核心内容。传统的工期 - 费用优化研究忽略了次关键路线、资源约束条件对工期压缩的影响。本文研究了次关键路线对工期压缩的影响,描述了求解最低压缩成本的特征路线法,并以此为基础建立了有资源约束的工期 - 费用优化数学模型。对解进行编码处理后,采用粒子群算法对工期 —费用优化模型进行求解,并根据求得的最优解来调整工序工期,最终实现工期 - 费用的最优化。最后,经过工程实例的仿真,证明了模型的合理性和有效性。

关键词:网络计划图;工期 - 费用优化;粒子群算法;次关键路线
中图分类号:F272. 2 **文献标识码**:A **文章编号**:1002 - 980X(2008)10 - 0069 - 05

在建筑工程中,工期短、成本低、质量优是项目管理追求的目标。其中,工期与成本是相互联系、相互制约的,要加快施工速度、缩短工期,资源投入就要增加,有些费用也会增加,结果就使成本提高、效益下降。因此,工期 - 费用优化是寻求最低成本时的最短工期或按要求工期条件下寻求最低成本的网络计划。目前,众多学者对工期 - 费用优化问题进行了研究,应用多种算法构建了多种有效的计算模型,并取得了大量成果。刘伟、刘景泉[1]构建了资源约束下的时间 - 费用交换问题模型,并设计了启发式遗传算法求解工期 - 成本优化模型。郭庆军、何晖[2]运用图论方法和计算机技术,根据网络图建立数学模型,通过对各子项目工期进行调整,实现了工期 - 成本的最优化。李高扬、吴育华等[3]在综合考虑成本、质量和进度的基础上,提出了工期 - 净收益 - 质量多目标优化模型,并采用差异演化算法对该模型进行求解。高兴夫、胡程顺等[4]假设工序的质量与工期为线性关系,建立了质量、工期、费用综合优化的数学模型。张凯、赵国荣[5]探讨了粒子群优化算法在网络计划资源优化中的应用,给出了网络计划中工期同一定资源均衡优化问题的优化目标和数学模型,并证明了粒子群优化算法对实现网络计划资源优化的优越性。

上述文献研究了网络计划中工期与费用的优化问题,从不同角度建立了数学模型,并采用先进的算法对工期 - 费用优化模型进行求解,对网络计划的优化研究做出了重要的贡献,其理论价值和对实践的指导作用是显见的。但多数模型的构建都只考虑了在关键路线上的工序压缩情况,而忽略了次关键路线对工期压缩的重要影响。在工期压缩过程中,当压缩量大到一定程度时,网络中就会产生新的关键路线;如果继续增大压缩量,则总工期不会再缩短。所以,此时要想继续压缩总工期,就必须考虑新的关键路线,即次关键路线。本文考虑了次关键路线因素,引入了求解最低压缩成本的特征路线法,并以此为基础,建立了有资源约束的工期 - 费用优化数学模型。模型采用粒子群算法求解,充分显示了粒子群算法处理数据能力强、收敛速度快等特点,为粒子群算法在网络优化中的应用提供了一个具有理论支撑的可操作方案。

1 网络计划中的工期与费用

1.1 工期与费用的关系

工程项目的总成本由工程直接费用和间接费用组成。工程直接费用是工程的直接成本,包括人工费、材料费、机械台班使用费和现场相关费用;间接费用是与施工单位的管理水平、施工条件、施工组织措施等有关的费用。工序的直接费用及间接费用与

收稿日期:2008 - 07 - 11
作者简介:贾正源(1953 —),男,山西人,华北电力大学经济管理系党总支书记,教授,学士,研究方向:项目管理;宫立华(1983 —),男,河北人,华北电力大学经济管理系企业管理专业研究生,研究方向:人力资源管理。

工期之间的关系如图 1 所示。

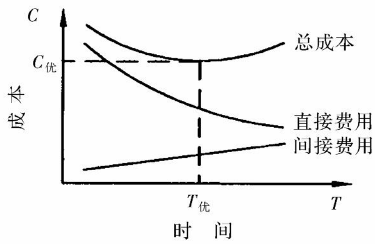

图 1　工序的直接费用及间接费用与工期的关系

从图 1 中可以看出,缩短工期会引起直接费用的增加和间接费用的减少,延长工期会引起直接费用的减少和间接费用的增加。工期 - 费用优化的目标是寻找直接费用和间接费用总和(工程总成本)最小时的工期,即最优工期。为计算方便,可近似地将直接成本与工期的关系假定为直线关系。

缩短每一单位工序的持续时间所需增加的直接费用,称为直接费用变化率。工序 ij 的直接费用率按式(1)计算[6]:

$$\alpha_{ij} = \frac{C_c(ij) - C_n(ij)}{T_n(ij) - T_c(ij)}。\qquad (1)$$

式(1)中:α_{ij} 为工序 $i - j$ 的直接费用变化率;$C_c(ij)$ 为工序 $i - j$ 的持续时间缩短为最短持续时间后,完成该工序所需的直接费用;$C_n(ij)$ 为工序 $i - j$ 在正常持续时间内完成所需的直接费用;$T_n(ij)$ 为工序 $i - j$ 的正常持续时间;$T_c(ij)$ 为工序 $i - j$ 的最短持续时间。

缩短每一单位工序的持续时间所需增加的间接费用,称为间接费用变化率。间接费用与各工序作业持续时间的关系很难具体表现出来。这是由于间接费用是为整个施工而支付的费用,不便计算出为每道工序所支付了多少,只能间接地分摊到工程成本中去。在实际工作中,可以把间接费用与工期的关系看作是一种随时间变化的直线关系。工序的间接费用变化率按式(2)计算:

$$\beta = \frac{C_{ind}}{T}。\qquad (2)$$

式(2)中:β为间接费用率;C_{ind} 为正常情况下总工期的间接费用;T 为正常情况下的总工期。

1.2　求解最低压缩成本的特征路线法

1.2.1　基本定义

定义 1:若存在一组关键工序 $\{A_1, A_2, \cdots, A_i\}$,若组内工序的工期同时缩短一个单位,则总工期也缩短一个单位,并且成本增加为最小,则称 $\{A_1, A_2, \cdots, A_i\}$ 为最低成本关键工序组。

定义 2:关键工序组 $\{A_1, A_2, \cdots, A_i\}$ 内每个工序的最大可能压缩量的最小值,称为 $\{A_1, A_2, \cdots, A_i\}$ 的最大可能压缩量。$\{A_1, A_2, \cdots, A_i\}$ 内单个工序的工期压缩量为 $\triangle t$, $\triangle T$ 为各个工序都压缩的量,则 $\triangle T$ 称为有效压缩量,当 $\triangle T$ 取最大值时,即为最大有效压缩量。

定义 3:最低成本关键工序组 $\{A_1, A_2, \cdots, A_i\}$ 的最大可能压缩量与最大有效压缩量这二者中的最小值为 $\{A_1, A_2, \cdots, A_i\}$ 的最佳压缩量。

定义 4:若存在一组工序,组内各工序的工期分别压缩 ΔT_i,则总工期正好缩短所要求的量,并且由此增加的成本最低,则该工序组成为群截面,记为 S^g。

1.2.2　特征路线法描述

为了使总工期 $T_{总}$ 缩短 $\Delta T_{总}$,必须使网络中每一条路线的长度都压缩到 $(T_{总} - \Delta T_{总})$ 及其以下。根据机动时间定理,机动时间 $TF_{ij} < \Delta T_{总}$ 的工序,其特征路线之长 $\mu_{ij}^{\nabla} = T_{总} - TF_{ij} > T_{总} - \Delta T_{总}$。如果把这种特点的全部特征路线 μ_{ij}^{∇} 都提出来组成网络 G_1,可以证明,G_1 包括了长度大于 $(T_{总} - \Delta T_{总})$ 的全部 G_0 中的路线,因此只要考虑 G_1 的压缩即可。压缩过程中,我们先把最长的路线压缩到次长,然后再把所有次长的路线都压缩到次次长,以此类推,直到 G_1 中的路线都小于等于 $(T_{总} - \Delta T_{总})$ 为止。为了使第 k 步压缩工期所增加的总费用最少,则以 G_k 中最长路线即新关键路线组成子网络 G_k,然后以工序费用率为弧容量,利用最大流最小截面原理求 G_k,得最小截面 S_k,则 S_k 就是最低成本关键工序组。求出 S_k 的最佳压缩量后,求 G_{k+1},以此类推,直到 $G_m = \phi$为止,则可能的群截面 $S^g = S^1 \cup S^2 \cup \cdots \cup S^{m-1}$。这种方法有效解决了工期压缩过程中次关键路线以及次次关键路线的产生对工期压缩的影响[7]。

2　工期 - 费用优化模型

2.1　问题描述

项目工期压缩的总收益由直接费用、间接费用和压缩工期的奖励收益组成。直接费用由网络计划内所有工序的直接费用的总和确定,间接费用由总工期的间接费用总和确定,奖励收益根据具体项目的实际情况确定。在一定的压缩范围内,工期越短,直接费用越大,间接费用越小,则缩短工期的奖励收益越大。工期与费用优化模型可以有效权衡直接费用、间接费用以及压缩工期收益,以获得最大收益。首先,利用求解最低压缩成本的特征路线法,压缩工

期并求出工期压缩与直接成本的关系函数;然后,根据项目的实际情况,由项目管理者确定项目工期提前时间与收益的函数;最后,采用粒子群算法在直接费用、间接费用与奖励收益之间寻优,以确定利益最大的压缩工期。

2.2 假设条件

为了保证模型的针对性与有效性,本文为工期 - 费用优化模型确定以下假设条件:1) 每项工序都有“正常”和“压缩”两组的工期、费用估计;2) 每项工序的时间都可以被缩短至压缩时间,但要更多的资源;3) 不管再投入多少资源,压缩时间也不可能再被缩短;4) 假设在正常点和压缩点之间工期和成本为线性关系。

2.3 资源约束的工期 - 费用优化模型

结合网络优化技术,以求解最低压缩成本的特征路线法为基础,建立工期 - 费用优化数学模型。其中,基于关键路线的概念确定工期函数;利用求解最低压缩成本的特征路线法和工程项目的间接费用率确定工期压缩与总费用的关系函数;根据工程项目的具体情况确定奖励收益函数。具体如下:

工期: $F_T = \max[EF(ij)]\ (1 \le i, j \le M)$。(3)

总费用: $F_c = \sum_{i=1}^{M} C(ij) = \sum_{i=1}^{M} \{\Delta T \times \beta + [D(ij) - T_c(ij)] \times \alpha_{ij}\}$。(4)

奖励收益:

$$P = \Delta T \times \delta,$$

$$\delta = \begin{cases} -80 & (191 \le T \le 200) \\ 35 & (191 \le T \le 200) \\ 50 & (191 \le T \le 200) \end{cases} \text{。} \quad (5)$$

由以上条件函数确定目标函数,建立有资源约束的工期 - 费用优化数学模型,具体数学表达式如下:

$$\begin{cases} \max\{P - F_c\}; \\ \text{s.t. } F_T \le T_{Upper}; \\ F_c \le C_{Upper}; \\ \sum_{i=0}^{M} \sum_{j=1}^{M} [D(ij) - T_c(ij)] \times \alpha_{ij} \le R^0 \text{。} \end{cases} \quad (9)$$

其中,M 为工序总数;i、j 为工序编号,$i = 1,2,\cdots,M$,$j = 1,2,\cdots,M$;$T_n(ij)$ 为工序 ij 的正常时间;$T_c(ij)$ 为工序 ij 的压缩时间,$0 \le T_c \le T_n$;$C_n(ij)$ 为工序 ij 正常的直接费用;$C_c(ij)$ 为压缩工序 ij 的直接费用,$0 \le C_n \le C_c$;$D(ij)$ 为工序 ij 的持续时间,$T_c(i) \le D(i) \le T_n(i)$;$C_{ind}$ 为正常工期的总间接费用;T 为正常的总工期;ΔT 为项目压缩的总工期;P 为项目压缩工期的收益;δ 为项目工期变化的收益系数,根据不同项目的实际情况确定;T_{Upper} 为工程完工的工期上限;C_{Upper} 为工程完工的费用上限;R^0 为用于工期压缩的总费用。

3 求解工期 - 费用优化模型的粒子群算法

3.1 粒子群算法介绍

粒子群优化算法(particle swarm optimization, PSO)作为新近出现的一种仿生智能优化算法,由 Eberhart 博士和 Kennedy 博士于 1995 年提出,是一种基于迭代的优化算法。其中,优化问题的每一个解称为一个粒子,每个粒子都有一个由目标函数决定的适应度(fitness value),该适应度值用来衡量每个粒子的优越程度,每个粒子还有一个速度决定其飞行的方向。所有粒子初始化为一群随机粒子(随机解),然后通过迭代找到最优解。每一次迭代中,粒子通过跟踪两个“极值”来更新自己:一个是整个粒子群中所有粒子在历代搜索过程中所达到的最优解,该解被称为全局最优解 G_{best};另一个则是每个粒子在历代搜索过程中自身所达到的最优解,该解被称为个体最优解 p_{best}。每次迭代中每个粒子根据式(10)和式(11)更新自己的速度和位置:

$$v_{id} = w v_{id} + c_1 r_1 (x_{id}^{p_{best}} - x_{id}) + c_2 r_2 (x_{id}^{G_{best}} - x_{id}); \quad (10)$$

$$x_{id} = x_{id} + v_{id} \text{。} \quad (11)$$

式(10)中:v_{id} 为粒子 i 飞行速度矢量的第 d 维分量;x_{id} 为粒子 i 位置矢量的第 d 维分量;r_1、r_2 为 $[0,1]$ 之间的随机数;c_1、c_2 为加速度系数;w 为惯性权重;$c_1 r_1 (x_{id}^{p_{best}} - x_{id})$ 为认知项,与粒子的认知经验相关;$c_2 r_2 (x_{id}^{G_{best}} - x_{id})$ 为社会项,代表粒子间的信息共享和合作。式(11)为粒子 i 的新坐标位置,x_{id} 和 v_{id} 共同决定粒子 i 下一步的运动位置[8]。粒子群优化算法容易实现,且收敛速度快,因此其相对于遗传算法等更简单、有效。

3.2 粒子群算法的实现

为了使用粒子群算法进行优化计算,首先要对工期 - 费用优化问题的解进行编码。可以简单地用一个自然数排列来表示问题的一个潜在解。设第 i 个粒子的位置向量 X_i 为工期 - 费用综合优化模型的一个解;$X_{ij} = \Delta T$,表示总工期的压缩天数;v_{ij} 表示与第 i 个粒子位置向量 X_i 相对应的速度。

3.3 粒子群优化算法流程

借鉴参考文献[5]中的方法,本文设计了求解工

期 - 费用优化模型的粒子群算法流程 ,描述如下:

Step1 :初始化粒子群 ,包括群体规模 N、粒子的位置 X_i、速度 v_i。

Step2 :按照式(10) 和式(11) 对粒子群进行进化。

Step3 :进化后处理 ,按照式(7) ～式(9) 修正 ,使其满足资源约束和时间约束。

Step4 :按照式(6) 对进化后的粒子进行评价 ,计算每个粒子的适应度值。

Step5 :评价后 ,按照评价规则更新 p_{best} 、G_{best} 。

Step6 :如未达到一个预设最大进化代数 ,则返回 Step2。

Step7 :迭代结束 ,输出结果。

4　仿真算例

4. 1　工程实例

本文算例来源于文献[3]。某网络进度计划如图 2 所示 ,已知资料见表 1 ,包含工程在正常时间及极限时间下完成各工序的费用相对值。提前完工 1～10天奖励 500 元/ 天 ;提前完工 11～20 天奖励 700/ 天 ;提前完工 21～30 天奖励 1000 元/ 天 ;间接费用为 500 元/ 天 ;用于工期压缩的总费用不得超过 100000 元。

由表 1 可得各工序的最大压缩时间、费率和压缩工序的数据。用求解最低压缩成本的特征路线法 ,可以获得压缩工期天数与直接成本的数据 ;根据项目的实际情况可以得到该工程工期压缩的间接费用、奖励收益的数据(略) 。

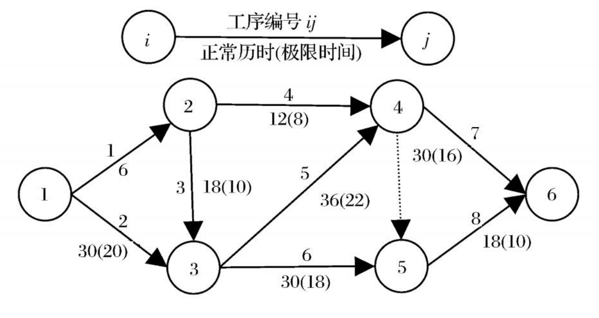

图 2　工程网络计划图

表 1　工序持续时间、直接费用表

工序	编号	正常历时		极限历时	
		天	元	天	元
1 - 2	1	6	1500	4	2000
1 - 3	2	30	9000	20	10000
2 - 3	3	18	5000	10	6000
2 - 4	4	12	4000	8	4500
3 - 4	5	36	1200	22	14000
3 - 5	6	30	8500	18	9200
4 - 6	7	30	9500	16	10300
5 - 6	8	18	4500	10	5000

4. 2　粒子群仿真

本文利用 Matlab7. 0 软件对工期 - 费用优化模型进行仿真试验 ,以证明该模型的有效性。为了提高效率与仿真效果 ,设初始群体粒子数为 80 ,最大迭代数为 500 ,并设置以下“PSO 算法”的参数: $w = 0.7$, $c_1 = c_2 = 1.35$, $Mitem = 10$, $Mg = 2$。仿真寻优的结果如图 3 所示。

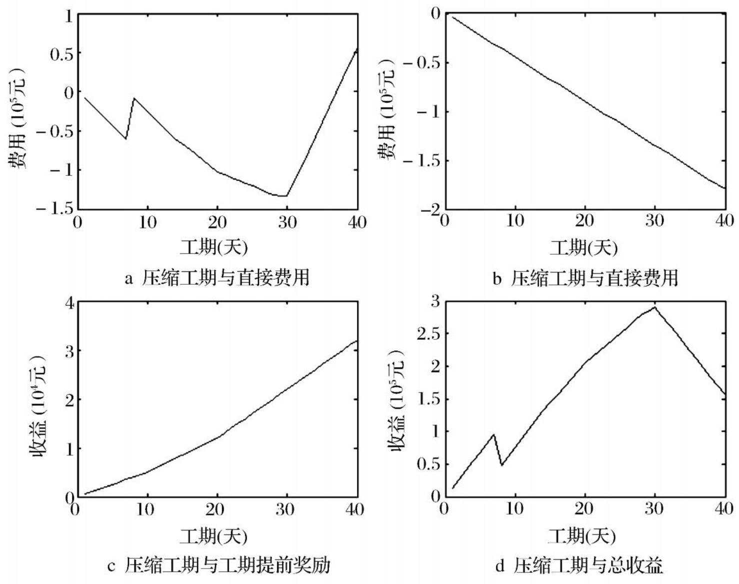

图 3　工期压缩的直接费用、间接费用、奖励收益以及总收益情况

应用粒子群算法进行运算,得到的最优解粒子为: $X_i = \{30\}$。即:最优的压缩工期为 30 天,其中直接费用可降低 133092.97 元,间接费用可降低 135000 元,压缩工期获得的奖励为 22000 元,最终收益为 290092.97 元。计算结果符合实际情况,表明粒子群优化算法对于工期 - 费用优化具有较好的寻优效果,可以用于解决工程项目管理中有资源约束的工期 - 费用优化问题。

5 结论

本文综合考虑了次关键路线与资源限制两个影响工期压缩的重要因素,引入求解最低工期压缩成本的特征路线法,有效解决了次关键路线对工期压缩的影响;同时,采用粒子群算法有效解决了资源约束条件下数学模型的求解问题。虽然工期 - 费用优化模型中根据特征路线法求得压缩工期与直接费用关系函数的方法看似繁琐,要求每压缩一天工期就要重新计算一次压缩成本,但一般网络计划图中关键路线与次关键路线间的路长之差很大,无须每压缩一天就重新计算一次,只需在产生新的关键路线时再重新计算,这大大降低了重复计算量。综上所述,考虑次关键路线的基于粒子群算法工期 - 费用优化模型可以应用于工程项目中工期 - 费用优化的实际工作中。

参考文献

[1] 刘伟,刘景泉. 资源约束下的时间 - 费用交换问题研究[J].系统工程理论与实践,2002(9):42-46.

[2] 郭庆军,何晖. 工程施工网络计划中工期 - 成本优化方案[J].基建优化,2005,26(5):22-24.

[3] 李高扬,吴育华,刘明广. 基于差异演化算法的网络计划多目标优化[J].中国工程科学. 2006,8(6):61-63.

[4] 高兴夫,胡程顺,钟登华. 工程项目管理的工期 - 费用 - 质量综合优化研究[J].系统工程理论与实践,2007(10):112-117.

[5] 张凯,赵国荣. 粒子群优化算法在网络计划资源优化中的应用[J].海军航空工程学院学报,2008,23(1):75-78.

[6] 刘俊玲. 双代号网络计划工期 - 成本优化的应用[J].内蒙古科技与经济,2005(9):110-111.

[7] 乞建勋. 网络计划优化新理论与技术经济决策[M].北京:科学出版社,1997:72-87.

[8] 杨维,李岐强. 粒子群优化算法综述[J].中国工程科学,2004,6(5):87-94.

Study on Optimization of Time-cost Based on Particle Swarm Optimization with Considering Secondary Critical Path

Jia Zhengyuan, Gong Lihua

(School of Business and Administration, North China Electric Power University, Baoding Hebei 071003, China)

Abstract: The time-cost optimization is the core of network plan. However, the traditional study on optimization of time-cost neglectes the impact of secondary critical path and resource constraint on time compression. This paper studies the impact of secondary critical path on time compression, and describes the characteristic path method for solving the optimal cost of compression. Based on this method, it establishes the mathematical model on time-cost with resource constraint. After coding for solution, it uses the particle swarm optimization to solve this model, and then adjusts the time of working procedure to obtain the optimum time-cost according to the optimal solution. Finally, through the simulation of project example, it verifies the rationality and effectiveness of this model.

Key words: network plan graph; time-cost optimization; particle swarm optimization; secondary critical path