

基于后悔规避的投资组合模型及其实证分析

徐绪松, 马莉莉

(武汉大学 经济与管理学院 技术经济研究所, 武汉 430072)

摘 要: 由于人的情感、认知等因素对投资活动有直接影响, 本文在投资活动中引入人的情感因素, 提出了基于后悔规避的投资者效用函数, 该效用函数是期末财富和预期财富的函数。建立了存在无风险资产时的最优投资组合模型, 发现基于后悔规避投资组合模型的组合前沿存在两基金分离的现象。对我国上海股票市场进行了实证分析, 得到了基于后悔规避投资组合模型的组合前沿, 并验证了组合前沿存在两基金分离现象的结论。

关键词: 后悔规避; 两基金分离; 投资组合模型; 预期效用

中图分类号: F830. 9 **文献标识码:** A **文章编号:** 1002-980X(2008)01-0094-05

预期效用(expected utility)理论描述了理性经济人在风险条件下的决策行为, 即在一定的预算约束下追求财富的期望效用最大化。如今, 预期效用最大化原则已经成为经济学中被广泛应用的决策准则。Arrow 和 Debreu^[1,2] 进一步发展了预期效用理论, 构建了以一般均衡理论为核心的经济学框架。在此后的 20 多年里, 学者们大都使用固定不变的相对风险规避系数, 即 CRRA 型效用函数来研究资本市场。然而, 这些模型均不能有效解释现实资本市场中出现的诸如 Mehra 和 Prescott^[3] 提出的股票溢价之谜和 Weil^[4] 提出的无风险利率之谜等一些“异常”现象, 其原因就在于人类的情感、认知等许多复杂心理因素会直接影响到投资者的决策活动。

为了解释资本市场中出现的各种“异常”, 学者们试图将心理学的结论引入投资决策问题之中。一般来说处理方法有两种: 一种是假设投资者行为的非理性, 以投资者行为的心理基础为出发点, 构造投资者的心理账户来研究投资者心理对决策的影响; 另一种仍是从期望效用最大化的角度, 通过引入各种行为因素来修改效用函数, 力求新的效用函数能更好地描述投资者的行为。例如, Kurz^[5] 首次将财富偏好引入效用函数; Zou^[6] 则将这种财富偏好引入增长理论, 用以解释经济的增长和资本的积累; Sundaresan^[7] 研究了基于习惯形成的资本资产定价模型; Abel^[8] 研究了基于习惯形成和追赶时髦的资

本资产定价模型; Barberis、Huang 和 Santos^[9] 研究了基于前景理论的资本资产定价模型, 将投资者的效用函数定义在消费和财富的变化之上, 从而投资者不但规避消费风险, 还规避财富的损失, 这个模型可以解释股票溢价之谜; 徐绪松、陈彦斌^[10] 研究了基于相对财富和习惯形成的资本资产定价模型。第二种研究方法遵从西蒙、拉宾等人的行为经济学思想^[11]。这些学者认为, 行为经济学的分析坚持理性这一出发点, 但强调理性的限制。本文在预期效用最大化的理论框架中, 研究投资者的后悔规避行为对资产配置的影响。

Bell^[12]、Loomes 和 Sugden^[13] 研究了投资者的决策行为, 提出了后悔规避的概念。后悔规避是投资者的一种普遍的心理行为, 是指行为人为了避免后悔和失望而不愿意做任何错误的决定。关于后悔规避在资本市场中的应用研究为数不多, 还处于尝试性的阶段。Muernann、Mitchell 和 Volkman^[14] 研究了后悔规避对养老保险金的影响。Dodono-va^[15] 研究了后悔理论在资本资产定价中的应用, 建立的基于后悔规避的模型可以预测市场对好消息和坏消息的过度反应, 因此可以解释股票收益率过度波动的现象。这些研究认为, 投资者的后悔心理来自于期末所实现的财富和可能获得的最大财富的差距。然而, 事实上投资者一旦达到投资的预期效果, 将不会产生后悔情绪。因此, 本文研究期末所实现

收稿日期: 2007-11-08

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(70771083, 70440003)

作者简介: 徐绪松(1945—), 女, 湖北武汉人, 武汉大学经济与管理学院技术经济及管理研究所教授, 博士生导师, 研究方向: 投资科学与资本市场、复杂科学管理。

的财富和预期财富的差距给投资者带来的后悔情绪,将更加符合投资者的真实心理。

本文从期望效用最大化这一适用性准则出发,借鉴投资者这种普遍的后悔心态,研究基于后悔规避投资组合模型:在一定的预期收益率约束条件下,投资者的目标是使基于后悔规避的效用函数最大化。本文的结构安排如下:第二节给出基于后悔规避的效用函数;第三节建立了存在无风险资产情况下的基于后悔规避的最优投资组合模型;第四节对我国上海股票市场进行实证分析;第五节得出结论。

1 基于后悔规避的效用函数

后悔规避是一个成熟的心理学理论,它认为投资者会对自己的错误决策感到失望和痛苦。例如,当投资者高估了某资产的收益率而充分地对其投资时,等到资产价格大跌时就会感到一种追悔莫及的痛苦。而在很多现实的投资领域中,投资者不愿卖出下跌的股票正是为了避免因自己错误的投资而感受到痛苦和后悔。

在传统的预期效用模型中,投资者的效用仅是期末财富的函数,且效用函数的形式表现为递增的凹函数。而 Bell 等人则认为,如果投资者的投资决策所产生的期末财富并非最优,其将会产生后悔情绪;所以投资者的效用函数则不仅仅表现为期末财富的函数,还表现为可能获得的最大财富的函数。然而,投资者只要达到投资的预期效果,将不会产生后悔情绪。因此本文研究期末所实现的财富和预期财富的差距给投资者带来的后悔情绪,将投资者的效用函数表示为期末财富和预期财富共同的函数。

定义后悔规避型投资者的效用函数为:

$$U(\tilde{W}, E\tilde{W}) = \ln(\tilde{W}) - k g[\ln(E\tilde{W}) - \ln(\tilde{W})], \quad (1)$$

满足 $k \geq 0$ 。

其中: $\tilde{W}$ 为投资者的投资决策所实现的期末财富;函数 $\ln(\tilde{W})$ 是传统的风险厌恶型的对数效用函数,描述了投资者所实现的期末财富所带来的效用;函数 $g(\cdot)$ 是后悔函数,度量了已实现的期末财富所带来的效用和可能获得的预期效用之间的差距,因此第二项反应了投资者是后悔规避的。Bell 证明了后悔函数 $g(\cdot)$ 是递增的凸函数,满足 $g(\cdot) = 0$, $g'(\cdot) > 0$, $g''(\cdot) > 0$ 。参数 k 是反应投资者后悔程度的参数。当 $k = 0$ 时,效用函数退化成为传统的对数效用函数。对于后悔函数我们采用分段的幂函数形式:

$$g(x) = \begin{cases} \frac{x^\theta}{\theta} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases} \quad (2)$$

其中,参数满足关系 $\theta > 1$, 则函数满足 $g(0) = 0$, 并且当 $x > 0$ 时,有 $g'(x) = x^{\theta-1} > 0$, $g''(x) = (\theta - 1)x^{\theta-2} > 0$ 。当 $E\tilde{W} \leq \tilde{W}$, 即投资者实际的收益大于预期的收益时,后悔函数将不起作用;而当 $E\tilde{W} > \tilde{W}$, 即投资者没有实现预期的收益时,将会感受到痛苦和后悔,此时后悔函数是递增的凸函数。因此,基于后悔规避的效用函数可以进一步写为:

$$U(\tilde{W}, E\tilde{W}) = \begin{cases} \ln \tilde{W} - \frac{k(\ln E\tilde{W} - \ln \tilde{W})^\theta}{\theta} & E\tilde{W} > \tilde{W} \\ \ln \tilde{W} & E\tilde{W} \leq \tilde{W} \end{cases} \quad (3)$$

后悔规避效用函数反应了当投资者的投资决策实现了所预期的投资效果时,投资者的效用达到最大;而当投资者的决策与预期的结果的差距越大时,即现实中的期末财富与预期的期末财富的差距越大时,投资者的效用是减少的。

2 基于后悔规避的最优投资组合模型

考虑一个代表性投资者的禀赋经济,假定时间是两期的,市场无摩擦,即无交易费用及税收,并且没有卖空约束。投资者的初始财富为 W_0 , 期末财富为 $\tilde{W}$ 。在市场上存在一种无风险资产和 N 种风险资产,无风险资产的收益率记为 r_f , 第 j 种风险资产的收益率为 $\tilde{r}_j$, 期望值为 μ_j , $j = 1, 2, \dots, N$, 风险资产的收益率向量为 $\tilde{r} = (\tilde{r}_1, \tilde{r}_2, \dots, \tilde{r}_N)^T$, 其期望值记为 $\mu = (\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_N)^T$ 。在期初,投资者将初始财富 W_0 在这 $N+1$ 种资产中进行最优分配,令 ω_i 表示在第 i 种风险资产上的分配比率,则 $\omega^T = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_N)$ 是投资于 N 种风险资产的比例向量,在无风险资产上的分配比率为 $1 - \sum_{i=1}^N \omega_i$ 。所以在期末,投资者的财富变为:

$$\tilde{W} = W_0(1 + r_f) + W_0 \sum_{i=1}^N \omega_i (\tilde{r}_i - r_f), \quad (4)$$

因此,投资者在期末可能获得的预期财富为:

$$E\tilde{W} = W_0(1 + r_f) + W_0 \sum_{i=1}^N \omega_i (\mu_i - r_f). \quad (5)$$

2.1 最优投资组合模型

给定预期收益率 a , 后悔规避型投资者通过选择最优的投资比例向量 ω 使他的期望效用最大化:

$$\begin{aligned} & \max E[U(\tilde{W}, E\tilde{W})], \\ & s. t. E(\tilde{W}) = W_0(1 + a). \end{aligned} \quad (6)$$

将式(4)、式(5)带入式(3)中,基于后悔规避的效用函数可以进一步写为:

$$U = \begin{cases} \ln W_0 + \ln [1 + r_f + \omega^T(\tilde{r} - \sigma_f)] - \\ k \left\{ \ln \frac{1 + r_f + \omega^T(\mu - \sigma_f)}{1 + r_f + \omega^T(\tilde{r} - \sigma_f)} \right\}^{\theta} / \theta & \omega^T \mu > \omega^T \tilde{r} \\ \ln W_0 + \ln [1 + r_f + \omega^T(\tilde{r} - \sigma_f)] & \omega^T \mu \leq \omega^T \tilde{r} \end{cases}$$

其中, ϵ 是元素全为1的 n 维列向量。因为 W_0 是固定不变的,因此后悔规避型投资者的最优投资组合问题可以写成:

$$\begin{aligned} \max E[\ln[1 + r_f + \omega^T(\tilde{r} - \sigma_f)]] - \\ k g \left(\ln \frac{1 + r_f + \omega^T(\mu - \sigma_f)}{1 + r_f + \omega^T(\tilde{r} - \sigma_f)} \right), \quad (7) \end{aligned}$$

其中, $g \left(\ln \frac{1 + r_f + \omega^T(\mu - \sigma_f)}{1 + r_f + \omega^T(\tilde{r} - \sigma_f)} \right) = \begin{cases} \left\{ \ln \frac{1 + r_f + \omega^T(\mu - \sigma_f)}{1 + r_f + \omega^T(\tilde{r} - \sigma_f)} \right\}^{\theta} / \theta & \omega^T \mu > \omega^T \tilde{r} \\ 0 & \omega^T \mu \leq \omega^T \tilde{r} \end{cases}$

$$s. t. \omega^T \mu + (1 - \omega^T) r_f = a$$

当已知参数 k 和 θ 时,规划问题的最优解是可以求出来的。当 $k = 0$ 时,投资者退化成为了传统的风险规避型投资者。

2.2 两基金分离性质

从基于后悔规避的最优投资组合模型(7)可以看出,规划问题中多种风险资产的最优投资比率 ω 与初始财富和投资者的偏好无关,只与投资者的预期收益率 a 、无风险资产收益率 r_f 、风险资产的收益率 $\tilde{r}$ 有关,参数 θ 和 k 有关,即发生了两基金分离现象。两个分离基金分别是无风险资产和风险资产的组合基金。

两基金分离的准确定义可以描述为:市场中存在两项基金,对任何投资者的投资组合存在着这两项投资的一个线性组合,使得投资者持有该线性组合的效用不低于持有原投资组合的效用。这两项投资基金称为分离基金,其中一项分离基金为无风险资产,另外一项分离基金为风险资产组合基金。当两基金分离现象发生时,虽然不同的投资者具有不同的偏好结构和财富水平,但是投资者投资在不同风险资产之间的投资组合却是相同的。两基金分离具有重要的理论意义和实用价值;因为投资者面对所有证券进行的最优投资组合和面对两个分离的基金所做出的最优投资组合是相同的,从而,复杂的资产市场可以简化为:存在一种无风险资产和一种风险资产。而且,该风险资产由所有风险资产复合

而成,并且风险资产的投资比例与投资者的财富、偏好无关,只与风险资产的分布性质有关。下一节我们将检验基于后悔规避的投资组合前沿是否出现两基金分离定理现象。

3 实证分析

本节采用我国上海股票市场的数据求解基于后悔规避的投资组合模型的组合前沿,然后检验组合前沿是否满足两基金分离定理。

3.1 数据获取和处理

风险资产的选取目标是原“上证30指数”中的股票,但是由于原上证30中“第一百货”(600631)于2004年4月6日停牌,在吸收合并了“华联商厦”(600632)后,于2004年11月26日以“百联股份”的身份在上海证券交易所恢复交易,因此我们以其余29种股票作为投资者选择的风险资产,并采用周对数收益率作为研究对象。时间跨度从2003年1月3日至2005年6月2日,共121周的样本数据,数据来源于分析家股票软件系统。将风险资产的第 t 周的收益率用如下公式表示: $r_t = \ln P_{t+1} - \ln P_t$, 其中 P_{t+1} 和 P_t 分别表示第 $t+1$ 周和第 t 周的收盘价。无风险资产收益率采用时间跨度内一年期的存款利率,为1.98%,折算成周平均收益率约为0.04%。本文采用Matlab优化工具箱中的优化工具求解基于后悔规避的最优投资组合模型和传统的风险规避型投资者的投资组合模型。

3.2 基于后悔规避投资组合模型的组合前沿

设定投资者的预期收益率的范围在1%~3%之间,将预期收益率均匀分成20个不同的收益率水平,然后对每个预期收益率分别求解基于后悔规避的最优投资组合,并求出相对应的效用函数值。我们取参数 $\theta = 2$,则后悔函数为我们所熟悉的二次函数。为了突出投资者的后悔心理,取较大的后悔程度参数,令 $k = 100$ 。

求出基于后悔规避的最优投资组合模型(7)的组合前沿,如图1所示。图中横坐标为后悔规避型投资者的期望效用函数值;纵坐标为预期收益率水平;星号表示在每一个预期收益率水平下最优投资组合的期望效用函数值。可以看到,基于后悔规避的投资组合模型的组合前沿是一条向下倾斜的较光滑的曲线,这充分说明了随着预期收益率的增大,后悔规避的效用函数值是减少的。投资者在进行投资决策时,如果他投资前设定的预期收益高,则期末所实现的财富和预期财富的差距就可能越大,投资者

就会产生后悔情绪,这个差距越大,后悔程度越大,导致投资者的效用越小。投资者在这个前沿上进行投资决策,在既定的预期收益水平下,期望效用最大。

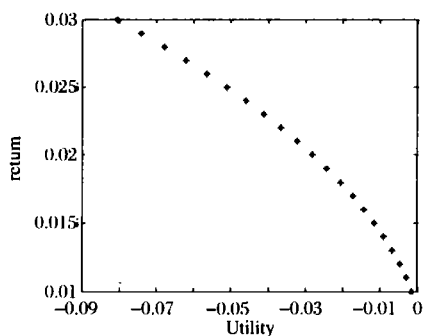


图1 基于后悔规避的投资组合前沿

3.3 基于后悔规避投资组合模型的两基金分离性质的检验

关于两基金分离的成立条件,有如下命题成立:一个投资组合模型的组合前沿满足两基金分离定理的充分条件是,最优组合权重向量是期望收益率水平 $E[r_w]$ 的线性函数,即 $\omega = aE[r_w] + b$, 其中 a, b 是 n 维列向量^[16]。

证明如下。假定 ω_1, ω_2 是模型的两个不同的前沿组合,它们的收益率分别为 $\tilde{r}_1, \tilde{r}_2$ 。则有 $\omega_1 = aE[\tilde{r}_1] + b$, $\omega_2 = aE[\tilde{r}_2] + b$ 。设 ω_q 为任意的一个前沿组合,其收益率为 $\tilde{r}_q$ 。取 γ 使得 $E[\tilde{r}_q] = \gamma E[\tilde{r}_1] + (1 - \gamma)E[\tilde{r}_2]$, 则:

$$\begin{aligned} & \gamma\omega_1 + (1 - \gamma)\omega_2 \\ &= \gamma(aE[\tilde{r}_1] + b) + (1 - \gamma)(aE[\tilde{r}_2] + b) \\ &= a(\gamma E[\tilde{r}_1] + (1 - \gamma)E[\tilde{r}_2]) + b \\ &= aE[\tilde{r}_q] + b \end{aligned}$$

我们只要能够证明最优组合权重向量能够表示成期望收益水平 $E[r_w]$ 的线性函数,则两基金分离定理成立。所以在实证检验中,我们需要验证投资者投资在第 i 个证券上的权重 $\omega_i(a)$ 是预期收益水平 a 的线性函数。首先求解在每一个预期收益水平 a 下模型的最优组合权重 $\omega(a)$, 将权重 $\omega_i(a)$ 放在权重-收益率坐标系中,观察是否为直线,从而可以观察到两基金分离的存在性。检验结果如图2所示。图2中,横坐标是预期收益率水平,纵坐标表示权重。由于没有卖空约束,所有权重有正有负。我们可以看到权重是收益率的线性函数,因此确实存在两基金分离现象。这一结果具有十分重要的理论价值,因为复杂的资产市场可以简化为仅存在一种无风险资产和一种风险资产的情形,后悔规避型投

资者就可以按照他的风险偏好,将资金仅在这两种基金中进行分配。

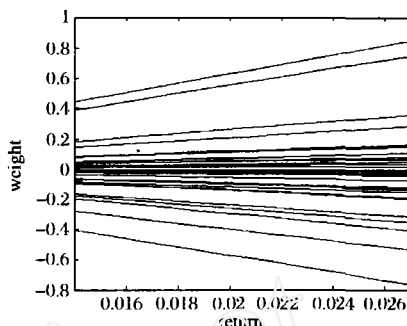


图2 两基金分离性质的检验结果

4 结论

后悔规避是一个成熟的心理学理论,它认为投资者会对自己的错误决策感到失望和痛苦。本文从期望效用最大化这一适用性准则出发,引入后悔规避的概念,对后悔规避型投资者的最优投资组合问题进行了研究。主要工作有:①将投资者的效用函数不仅仅表示为期末财富的函数,还表示为预期财富的函数,得到了基于后悔规避的新的效用函数;②以预期效用最大化的准则为出发点,建立了基于后悔规避的最优投资组合模型;③将建立的投资组合模型对我国上海股票市场进行了实证分析,得到了预期收益-效用下的投资组合前沿;④发现基于后悔规避的投资组合模型的组合前沿满足两基金分离定理,并基于我国上海股票市场进行了验证。

关于后悔规避在资本市场中的应用研究为数不多,还刚刚起步。本文研究仅仅处于一种尝试性的阶段,还有待于不断完善和发展。今后特别需要进一步考虑后悔函数的形式;因为后悔函数的描述是基于后悔规避效用函数的基础和关键组成部分,所以对投资者后悔心理的深入研究具有十分重要的意义。

参考文献

- [1] ARROW K. The Role of securities in the optimal allocation of risk-bearing[J]. Review of Economic Studies, 1964 (31): 291-296.
- [2] DEBREU G. Theory of Value[M]. New York: John Wiley and Sons, 1959.
- [3] MEHRA R, Edward P. The equity premium: a puzzle[J]. Journal of Monetary Economics, 1985, 15(2): 145-162.
- [4] WEIL P. The equity premium puzzle and the risk-free rate puzzle[J]. Journal of Monetary Economics, 1989, 24 (3): 401-421.
- [5] KURZ M. Optimal economic growth and wealth effects

- [J]. International Economic Review, 1968, (9): 347-357.
- [6] ZOU H. The spirit of capitalism, social status, money and accumulation[J]. Journal of Economics, 1998 (3): 219-233.
- [7] SUNDARESAN S M. Intertemporally dependent preferences and the volatility of consumption and wealth[J]. The Review of Financial Studies, 1989(1): 73-89.
- [8] ABEL A. Asset prices under habit formation and catching up with the joneses[J]. American Economic Review Papers and Proceedings, 1990(80): 38-42.
- [9] BARBERSIS N, HUANG M, SANTOS T. Prospect theory and asset prices[J]. Quarterly Journal of Economics, 2001(1): 1-53.
- [10] 徐绪松, 陈彦斌. 基于相对财富和习惯形成的资本资产定价模型[J]. 管理科学学报, 2004(3): 1-6.
- [11] 陈彦斌, 周业安. 行为资产定价理论综述[J]. 经济研究, 2004(6): 117-127.
- [12] BELL D. Regret in decision making under uncertainty[J]. Operation Research, 1982(30): 961-981.
- [13] LOOMES G, ROBERT S. Regret theory, an alternative theory of rational choice under uncertainty[J]. The Economic Journal, 1982(92): 805-824.
- [14] MUERMANN A, OLIVIA S M, JACQUELINE M V. Regret, portfolio allocation, and pension guarantees [EB]. Working Paper, University of Pennsylvania, 2004.
- [15] DODONAVA A. Application of regret theory to asset pricing[EB]. Working Paper, University of Iowa, 2003.
- [16] 徐绪松. 复杂科学·资本市场·项目评价[M]. 北京: 科学出版社, 2003: 149-150.

Optimal Portfolio Choice Model Based On Regret Aversion and Empirical Studies

Xu Xusong, Ma Lili

(School of Business, Wuhan University, Wuhan 430072, China)

Abstract: The essential behavior of an investor will influence his financial activities. This paper considers the regret aversion in portfolio choice problem of an investor and proposes the new utility function based on regret aversion which is not only the function of final wealth but also the function of the expected level of final wealth. On the foundation of the new utility function, it constructs the optimal portfolio choice model based on regret aversion. This optimal portfolio choice model generates two-fund separation. Finally, it takes empirical studies on Shanghai stock market and obtains portfolio frontiers of the new model. And the conclusion that the model generates two-fund separation is testified.

Key words: regret aversion; two-fund separation; portfolio choice model; expected utility

(上接第 88 页)

Study on Factors Influencing Rural Household Income Increase in the Western Region of China: A Survey from Yunnan

Lu Qicheng^{1,2}, Li Yijia¹, Zou Ping^{1,3}

(1. Faculty of Management and Economics, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650093, China;

2. Business School, Yunnan University of Finance and Economics, Kunming 650221, China;

3. Yunnan Normal University, Kunming 650092, China)

Abstract: On the basis of analysis of data from 4200 rural households in Yunnan province and statistical yearbooks, this paper researches the main factors to influence rural household income increase in the western region of China and their contribution by multiple liner regression analysis. The result shows that main factors include the proportion of other workers, the proportion of practitioner in rural population and the educational level of population older than 6 years. Finally, this paper puts forward some suggestions to raise rural household income.

Key words: western region of China; rural household income; influencing factor