

项目经济评价中 NPV 和 IRR 的风险传递关系研究

李存斌, 王建军, 李 莉

(华北电力大学 工商管理学院, 北京 102206)

摘 要:在项目的经济评价中,净现值(NPV)和内部收益率(IRR)是主要的两个指标,当用概率形式表示项目经济受到的风险时,如何给出 NPV 和 IRR 两者之间的风险传递关系是一个难题。本文通过研究 NPV 和折现率之间的函数单调性关系,得出 NPV 和 IRR 之间的风险概率传递解析关系,由此可以根据 NPV 的概率得到相应的 IRR 概率分布曲线。该方法能够提供更为全面的且更符合客观实际情况的经济评价决策信息,使项目经济评价更具科学性。

关键词:项目管理;净现值;内部收益率;风险传递

中图分类号:F062.4 **文献标识码:**A **文章编号:**1002-980X(2008)08-0057-04

在项目管理中,在投资前必须进行经济评价。其中净现值(net present value, NPV)和内部收益率(internal rate of return, IRR)是项目动态经济评价的两个主要指标^[1,2]。但是在相关文献研究或应用^[3-6]中,大多数主要是基于确定型数值进行讨论,即对于某一方案,采用惟一确定的效益系列值及费用系列值来计算经济评价指标值,忽略了风险因素的存在。然而在实际中,由于项目的效益和费用都是预估值,因此在项目实际运行阶段,不可避免地会受到很多风险因素的影响,确定型的 NPV 和 IRR 方法很难给出真正符合客观事实的决策^[7]。很多学者对不确定方法下的 NPV 和 IRR 方法进行了相关研究, Xiaoxia Huang 利用模糊参数解决不确定情况下的 NPV 问题, Erwin van der Laan 和 Willem van Groenendaal^[9,10]利用概率方式对不确定性条件下的 NPV 问题进行了研究,卢海义^[11]等学者利用区间数的相关理论对不确定情况下的投资决策选择进行了研究。但他们的研究都忽略了一点:由于 NPV 和 IRR 直接具有函数关系,当 NPV 和 IRR 随机变化时,其应该具有相应的传递关系。因此,本文从这个角度出发,对 NPV 和 IRR 之间的风险传递关系进行研究。

1 NPV 和基准折现率的风险传递关系

NPV 和基准折现率 i 之间的函数关系如式(1):

$$NPV = \sum_{t=0}^n (CI - CO)_t (1 + i)^{-t} \quad (1)$$

当 t 为高次项时,基准折现率 i 很难写成由 NPV 表示的显函数形式,因此当考虑风险因素时,将基准折现率 i 看成是随机变量后,很难用随机变量的相关理论予以进行传递计算,进而得出 NPV 的相关分布或参数与基准折现率之间的关系,这时需要借助判断函数的单调性来实现其相关传递的推导。

首先给出单调性与概率传递关系的相关定理。

定理 1:若因变量和自变量之间在某一定义域内存在严格单调递增关系,即对于自变量 x 的某一定义域内任意两点取值,若存在 $x_1 < x_2$, 恒有 $y_1 < y_2$, 则在此定义域内有以下结论成立: $F_Y(y) = P\{Y \leq y\} = P\{X \leq x\} = F_X(x)$ 。

证明:分别记因变量 Y 和自变量 X 的分布函数为 $F_Y(y)$ 、 $F_X(x)$, 根据概率论,有:

$$F_Y(y) = P\{Y \leq y\} = P\{f(X) \leq y\}。$$

由于目标对象 Y 和自变量 X 满足严格单调关系,因此传递函数存在反函数,并且反函数仍然单调。因此有:

$$P\{f(X) \leq y\} = P\{X \leq f^{-1}(y)\} = P\{X \leq x\} = F_X(x)。$$

因此,定理 1 得证。

定理 2:若因变量和自变量之间在某一定义域

收稿日期:2008-06-17

基金项目:国家自然科学基金项目(70572090)

作者简介:李存斌(1959—),男,内蒙古兴和人,华北电力大学工商管理学院教授,研究方向:信息管理与决策分析;王建军(1981—),男,吉林白山人,华北电力大学工商管理学院管理科学与工程专业博士研究生,研究方向:信息管理与决策分析;李莉(1983—),女,内蒙古乌兰察布人,华北电力大学工商管理学院管理科学与工程专业博士研究生,研究方向:电力系统工程与应用、运筹与优化。

内存在严格单调递减关系,即对于自变量 x 的某一
定义域内任意两点取值,若存在 $x_1 < x_2$, 恒有 $y_1 >$
 y_2 , 则在此定义域内有以下结论成立: $F_Y(y) =$
 $P\{Y \leq y\} = P\{X \geq x\} = 1 - P\{X \leq x\} = 1 -$
 $F_X(x)$ 。

证明:分别记目标对象 Y 和自变量 X 的分布函
数为 $F_Y(y)$ 、 $F_X(x)$, 根据概率论,有:

$$F_Y(y) = P\{Y \leq y\} = P\{f(X) \leq y\}。$$

由于目标对象 Y 和自变量 X 满足严格单调递
减关系,因此传递函数存在反函数,并且反函数仍然
单调递减。所以有:

$$P\{f(X) \leq y\} = P\{X \leq f^{-1}(y)\} = P\{X \geq x\} \\ = 1 - P\{X \leq x\} = 1 - F_X(x)。$$

因此,定理2得证。

基于定理1和定理2,若给出 NPV 和基准折现
率 i 之间的单调性关系,则可以得到相应的传递关
系,因此给出定理3和定理4。

定理3:当 $\min[(CI - CO)_t] \geq 0 (t = 0, 1, \dots,$
 $n)$ 时, NPV 和基准折现率 i 之间满足严格单调递减
关系。

定理4:当 $\max[(CI - CO)_t] \leq 0 (t = 0, 1, \dots,$
 $n)$ 时, NPV 和基准折现率 i 之间满足严格单调递增
关系。

证明:NPV 和 IRR 的关系如下:

$$NPV = \sum_{t=0}^n (CI - CO)_t (1 + i)^{-t},$$

$$\forall i_1 > i_2 \geq 0, \text{有}$$

$$NPV_1 - NPV_2 = \sum_{t=0}^n (CI - CO)_t (1 + i_1)^{-t}$$

$$- \sum_{t=0}^n (CI - CO)_t (1 + i_2)^{-t}$$

$$= \sum_{t=0}^n (CI - CO)_t [(1 + i_1)^{-t} - (1 + i_2)^{-t}]。$$

由于 $t > 0, i > 0$, 可知 $(1 + i)^{-t}$ 是单调减函
数,因此有 $(1 + i_1)^{-t} < (1 + i_2)^{-t}$, 即 $(1 + i_1)^{-t} -$
 $(1 + i_2)^{-t} < 0$ 。

1) 若 $\min[(CI - CO)_t] \geq 0 (t = 0, 1, \dots, n)$, 且
 $\exists (CI - CO)_t \neq 0 (t = 0, 1, \dots, n)$, 则 $\sum_{t=0}^n (CI -$
 $CO)_t [(1 + i_1)^{-t} - (1 + i_2)^{-t}] < 0$ 。

因此,有 $NPV_1 < NPV_2$, 故定理3成立。

2) 若 $\max[(CI - CO)_t] \leq 0 (t = 0, 1, \dots, n)$, 且
 $\exists (CI - CO)_t \neq 0 (t = 0, 1, \dots, n)$, 则 $\sum_{t=0}^n (CI -$
 $CO)_t [(1 + i_1)^{-t} - (1 + i_2)^{-t}] > 0$ 。

因此,有 $NPV_1 > NPV_2$, 故定理4成立。

对于净现金流符号只变化一次的常规投资项
目,即在项目寿命期初(投资建设期和投产初期)净
现金流量一般为负值,项目进入正常生产期后,净现
金流量变为正值的项目,设当 $t = k, t \in [1, n], k < n$
时净现金流量发生变化,则式(1)可作如下变换:

$$NPV = \sum_{t=0}^n (CI - CO)_t (1 + i)^{-t} = \sum_{t=0}^k (CI -$$

 $CO)_t (1 + i)^{-t} + \sum_{t=k+1}^n (CI - CO)_t (1 + i)^{-t}。$

更一般地,对于投资时间多于2期($n > 2$)的
常规投资项目,假设在第 $k (2 \leq k < n)$ 期净现金流
量发生符号上的改变,则有以下推论成立:

推论1:对于一次投资的常规投资项目,即项目
寿命初期第1期一次投资项目, NPV 和基准折现率
 i 之间满足严格单调递减关系。

证明:由题设可知,项目净现金流可以写成:

$$\begin{cases} (CI - CO)_t < 0 (t = 0) \\ (CI - CO)_t \geq 0 (t = 1, 2, \dots, n) \end{cases}$$

当 $t = 0$ 时,由 NPV 和 IRR 的关系可知,第一年
的一次投资为 NPV 函数的常数项,并不影响 NPV
和基准折现率 i 之间的单调关系,由定理3可知,推
论1成立。

$$\text{推论2: 当 } 0 \leq i \leq \frac{\sum_{t=1}^{n-2} (CI - CO)_t}{\sum_{t=1}^n (CI - CO)_t} - 1$$

时, NPV 和基准折现率 i 之间满足严格单调递减关
系,证明过程见附录。

2 NPV 和 IRR 的风险传递关系

IRR 是项目的现金流入现值等于现金流出现值
时的折现率,也即项目的 $NPV = 0$ 时的折现率。因
此,结合以上 NPV 和基准折现率 i 之间单调性的相
关定理以及单调性和传递关系的相关推论,假设当
 $NPV = 0$ 时相应的基准折现率为 i_0 , 即 $IRR = i_0$,
则有以下推论成立。

推论3: 当 $\min[(CI - CO)_t] \geq 0 (t = 0, 1, \dots, n)$
时,有 $P\{NPV \leq 0\} = P\{i \geq i_0\} = P\{i \geq IRR\}$ 。

推论4: 当 $\max[(CI - CO)_t] \leq 0 (t = 0, 1, \dots, n)$
时,有 $P\{NPV \leq 0\} = P\{i \leq i_0\} = P\{i \leq IRR\}$ 。

推论5: 对于一次投资的常规投资项目,
 $P\{NPV \leq 0\} = P\{i \geq i_0\} = P\{i \geq IRR\}$ 。

推论6: 更一般地,对于投资时间多于2期

($n > 2$) 的常规投资项目,假设在第 k ($2 \leq k < n$) 期净现金流量发生符号上的改变,则存在 i_1, i_2 满足如下不等式:

$$0 \leq i_1 \leq i \leq i_2 \leq \frac{\sum_{t=1}^{n-2} (CI - CO)_t}{\sum_{t=1}^n (CI - CO)_t} - 1。$$

相对应的,当 $i = i_1$ 时,有 $NPV = NPV_1$; 当 $i = i_2$ 时,有 $NPV = NPV_2$; 则有 $P\{NPV_1 \leq NPV \leq NPV_2\} = P\{i_2 \leq i \leq i_1\}$ 。

通过以上推论,可以得到 NPV 和 IRR 的概率传递关系,进而可以对相关项目做出相应评价。

3 应用实例

本文以某地区拟建的一项大型水库项目,来说明上述方法的实用性。项目概况如下:该水库以发电为主,预计 2012 年年底竣工,共投资 12.44 亿元,2013 年开始收益,经济计算期 n 为 40 年。通过年效益的概率风险分析,可得如下数据:年发电量变化的期望值为 10.22 亿千瓦时,均方差为 3.89 亿千瓦时。根据相应电价计算可得:年发电效益变化的期望值 $E(B)$ 为 1.860 亿元,均方差 σ_B 为 0.708 亿元,费用为每年 0.3 亿元。假设各年均服从正态分布。

拟定如下一组内部收益率(r)值:0.09,0.10,0.11,0.12,0.13。根据推论 5 推算可得该水库内部收益率及净现值概率对应关系表(见表 1)和该水库投资内部收益率概率曲线图(见图 1)。具体计算过程以 $r = 0.09$ 为例来说明。

拟定 $r_0 = 0.09$,即取 $r = 0.09$ 。

1) 总效益现值 B 的期望值 $E(B)$ 及方差 $D(B)$ 分别为:

$$E(B) = \frac{(1 + 0.09)^{40} - 1}{0.09 \times (1 + 0.09)^{40}} \times 1.860 = 20.01(\text{亿元});$$

$$D(B) = \frac{(1 + 0.09)^{80} - 1}{(1 + 0.09)^{80} [(1 + 0.09)^2 - 1]} \times 0.708^2 = 2.6618(\text{亿元})^2。$$

则均方差为:

$$\sigma_{B0} = \sqrt{D(B_0)} = 1.63(\text{亿元})。$$

2) 总运行费现值 C 为:

$$C = \frac{(1 + 0.09)^{40} - 1}{0.09 \times (1 + 0.09)^{40}} \times 0.30 = 3.23(\text{亿元})。$$

3) 经济评价指标 NPV 的期望值 $E(NPV)$ 及方差 $D(NPV)$ 分别为:

$$E(NPV) = E(B) - K - C = 20.01 - 12.44 -$$

$$3.23 = 4.34(\text{亿元});$$

$$D(NPV) = \sigma_B^2 = 1.63^2 = 2.6569(\text{亿元})^2。$$

则均方差为:

$$\sigma_{NPV} = \sigma_B = 1.63(\text{亿元})。$$

由 $E(NPV)$ 及 σ_{NPV} 即可求得净现值大于 0 的概率 $P = \frac{0 - E(NPV)}{\sigma_{NPV}} = -2.662$ 。查标准正态分布表,可知 $NPV > 0$ 的概率为 99.6%,由推论 5 可知,内部收益率大于 0.09 的概率为 99.6%。由此计算所得的图像可以作为考虑风险时 NPV 或 IRR 变化后项目投资可行性判别的依据。

表 1 水库内部收益率及净现值概率对应关系表

内部收益率 (r)	净现值(NPV)		大于 r 的概率 (%)
	$E(NPV)$ (亿元)	σ_{NPV} (亿元)	
0.09	4.34	1.63	99.6
0.10	2.82	1.63	95.8
0.11	1.52	1.63	82.4
0.12	0.42	1.63	60.2
0.13	-0.53	1.63	37.1

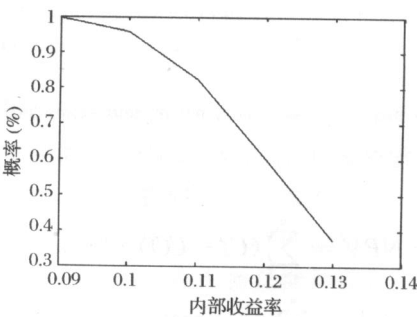


图 1 水库投资内部收益率概率曲线图

4 结论

本文给出了项目经济评价重要指标 NPV 和基准折现率 i 之间的概率传递关系解析法的相关定理及推论。基于这些定理及推论,我们可以在净现值概率风险分析的基础上推出内部收益率的概率分布曲线。通过给出相关的概率曲线,我们可以掌握内部收益率变化的大致范围、盈利概率等信息。与传统的计算方法所求得唯一确定值相比,该方法提供了更为全面的信息,且信息更符合客观实际情况,从而可为合理决策提供了全面的、更为确切的科学依据。

参考文献

[1] 谭可虎.净现值和内部收益率的比较探讨[J].技术经济与管理研究,2001,6(1):56-57.

- [2] 孙然,孙续元.项目投资决策风险分析方法研究——一种基于现金流量的边际分析方法[J].技术经济,2007,26(1):29-33.
- [3] 王守祯,凌冬生.连续流量下的投资决策分析[J].技术经济,2007,26(4):51-52.
- [4] 王学军,林文兴,张晓红.项目评估中净现值 NPV 的推断与分析[J].科技进步与对策,2000,17(6):160-161.
- [5] KESWANI A, SHACKLETON M B. How real option discount investment flexibility augments project NPV[J]. European Journal of Operational Research, 2006, 168(1):240-252.
- [6] 江焕平.项目评价指标 NPV 和 IRR 的比较[J].技术经济与管理研究,2003,4(1):64-64.
- [7] 李存斌.通用型广义项目目标风险分析理论模型研究的新思路[J].技术经济,2004(7):56-58.
- [8] HUANG Xiaoxia. Chance-constrained programming models for capital budgeting with NPV as fuzzy parameters[J]. Journal of Computational and Applied Mathematics, 2007, 198(1):149-159.
- [9] VAN DER LAAN E. An NPV and AC analysis of a stochastic inventory system with joint manufacturing and remanufacturing[J]. International Journal Production Economics, 2003, 81-82(11):317-331.
- [10] VAN GROENENDAAL W J H. Estimating NPV variability for deterministic models[J]. European Journal of Operational Research, 1998, 107(1):202-213.
- [11] 卢海义,王根杰,陶英恒.区间净现值法在投资决策中的应用[J].技术经济,2008,27(3):88-91.

Risk Transmission Relationship between NPV and IRR in Economic Evaluation of Project Management

Li Cunbin, Wang Jianjun, Li Li

(School of Business Management, North China Electric Power University, Beijing 102206, China)

Abstract: Net present value(NPV) and internal rate of return are two main indexes in the economic evaluation of projects. When the probability is used to express the risk of projects, it is a difficult problem how to give the risk transmission relationship between NPV and IRR. This paper studies the function monotonicity between NPV and discount rate. Then the analytic risk probability transmission relationship between NPV and internal rate of return(IRR) is deduced. According to the inferences, the probability distribution of IRR can be acquired from the probability distribution of NPV. The method can provide more comprehensive economic evaluation decision information, which makes project evaluation more scientificity.

Key words: project management; net present value; internal rate of return; risk transmission

附录

因为 $NPV = \sum_{t=0}^n (CI - CO)_t (1+i)^{-t}$, 求导, 有

$$\frac{d(NPV)}{di} = \sum_{t=0}^n (-t) (CI - CO)_t (1+i)^{-t-1} = - (1+i)^{-n} \sum_{t=0}^n t (CI - CO)_t (1+i)^{n-t-1}.$$

若 NPV 和基准折现率 i 之间满足单调递减关系, 则需下式成立:

$$\frac{d(NPV)}{di} \leq 0. \text{ 即:}$$

$$- (1+i)^{-n} \sum_{t=0}^n t (CI - CO)_t (1+i)^{n-t-1} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow (1+i)^{-n} \sum_{t=0}^n t (CI - CO)_t (1+i)^{n-t-1} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \sum_{t=0}^n t (CI - CO)_t (1+i)^{n-t-1} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \sum_{t=0}^k t (CI - CO)_t (1+i)^{n-t-1} + \sum_{t=k+1}^n t (CI - CO)_t (1+i)^{n-t-1} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \sum_{t=0}^k t (CI - CO)_t (1+i)^{n-t-1} + \sum_{t=k+1}^n t (CI - CO)_t (1+i)^{n-t-1} \geq 0$$

$$\begin{aligned} & \Leftrightarrow \sum_{t=0}^n t (CI - CO)_t (1+i)^{n-t-1} \geq \sum_{t=0}^k t (CI - CO)_t (1+i)^{n-t-1} \\ & \Leftrightarrow \sum_{t=0}^n t (CI - CO)_t (1+i)^{n-t-1} \geq \sum_{t=0}^k t (CI - CO)_t (1+i)^{n-t-1} \\ & \Leftrightarrow \sum_{t=0}^n t (CI - CO)_t \geq \sum_{t=0}^k t (CI - CO)_t (1+i)^{n-2} \\ & \Leftrightarrow \sum_{t=0}^n (k+1) (CI - CO)_t \geq \sum_{t=0}^k k (CI - CO)_t (1+i)^{n-2} \\ & \Leftrightarrow (k+1) \sum_{t=0}^{n-1} (CI - CO)_t \geq k (1+i)^{n-2} \sum_{t=0}^k (CI - CO)_t \\ & \Leftrightarrow \sum_{t=0}^{n-1} (CI - CO)_t \geq (1+i)^{n-2} \sum_{t=0}^k (CI - CO)_t \\ & \Leftrightarrow \frac{\sum_{t=0}^{n-1} (CI - CO)_t}{\sum_{t=0}^k (CI - CO)_t} \geq (1+i)^{n-2} \\ & \Leftrightarrow \frac{\sum_{t=0}^{n-1} (CI - CO)_t}{\sum_{t=0}^k (CI - CO)_t} - 1 \geq i. \end{aligned}$$

因此, 推论 2 得证。