

基于证据理论的不完全信息多属性群决策方法研究

柳瑞禹,唐 亮

(武汉大学 经济与管理学院,武汉 430072)

摘 要:针对多属性群决策中信息不完全、评价指标存在相关性以及专家权重无法确定等问题,本文提出了一种基于证据理论的决策方法。该方法利用分级排序表处理指标间的相关性,并依据评价信息定义不同属性下各焦元的基本信度分配函数,用 DS 合成方法对信度分配值进行合成,得到专家的个体评价结果;然后综合专家意见对方案进行排序,在专家权重无法确定时,提出基于焦元距离最小的定权方法;最后通过案例分析与 DS-AHP 方法进行比较,说明方法的有效性和使用范围。

关键词:不完全信息;证据理论;多属性群决策;指标相关性

中图分类号:C934 **文献标识码:**A **文章编号:**1002-980X(2010)05-0058-07

1 文献综述

在多属性决策(multi-attribute decision making, MADM)问题中, Saaty 提出的层次分析法(analytic hierarchy process, AHP)是最常用的方法^[1-2]。然而在现实决策中,由于信息不完全、信息的模糊性、个人知识范围有限等原因,决策者无法对所有的方案进行两两比较,这时层次分析法就不适用了。这种不完全信息多属性决策问题能够用证据理论的方法解决。证据理论是由 Dempster 和 Shafer 提出和确立的^[3-4],也称为 DS 证据理论。DS 证据理论通过引入信度函数,把不确定和不知道区分开来,能够在先验概率未知的情况下,以简单的推理形式,得出较好的融合结果,为不确定信息的表达与合成提供有效方法。DS 证据理论最初在人工智能和专家系统中广泛应用^[5-7],90 年代以后,一些国外的学者开始研究其在多属性决策领域的应用^[8-9]。Yang^[10-12]和 Beynon^[13-15]分别从不同角度将评价等级和方案作为焦元,建立决策模型,利用信度区间比较方案的优劣,在处理定性和定量指标的评价上已经十分成熟。针对 AHP 中方案增加使得两两比较次数过多等问题, Beynon 和龚本刚将证据理论与 AHP 结合,提出了 DS/AHP、DS-AHP 方法,对 AHP 方法进行了扩展^[13-18]。2000 年以后,国内对证据理论的研究也逐步兴起,主要集中在项目评价、供应链合作伙伴选择等实际应用中^[19-21],也有研究对合成方法进行改进^[22]。上述的研究都

是假设评价指标间是相互独立的,但在实际评价时,指标间往往存在相关性,因而对指标相关性进行处理更加符合实际情况。多属性群决策问题是在 MADM 的基础上对专家组的意见进行集成综合,达到群决策(group decision making, GDM)的目的。无论采用何种集结方法,都会涉及专家的权重,目前的群决策方法要么没有考虑专家的权重(平均分配),要么是决策者根据专家的能力、知名度、职位高低、对决策问题的熟悉程度等确定专家的权重,都是一种主观的确定权重的方法。在实际决策时,专家所作决策的可信度并不一定与他的主观权重相一致,即发生判断偏差。因此,为全面反映各专家在群决策中的作用,还必须根据具体的群决策问题及群决策方法来确定专家的可信度(权重)。综上所述,目前证据理论在处理多属性决策问题已经有一套比较可行的方法,但仍有一些实际问题没有解决,本文针对多属性群决策过程中信息不完全、指标间存在相关性、专家权的确定、可能度和效用的区分等问题进行了研究,将各方案的未知程度进行统一,在同一框架下对方案进行比较,对证据理论的方法进行扩展和改进,提出一种新的决策方法。

2 证据理论及决策问题描述

2.1 证据理论的基本原理

设相互独立的所有可能方案构成一个有限的集合 Θ , 即 $\Theta = \{H_1, H_2, \dots, H_n\}$, 称 Θ 为该命题的识别框架, Θ 中所有可能的子集合用幂集合 2^Θ 表示,

收稿日期:2010-03-29

作者简介:柳瑞禹(1957—),男,辽宁大连人,武汉大学经济与管理学院教授,博士生导师,研究方向:预决策理论、项目管理;唐亮(1987—),男,湖北武汉人,武汉大学经济与管理学院硕士研究生,研究方向:预决策理论、计量与统计、产业经济学。

即: $2^\Theta = \{\phi, \{H_1\}, \{H_2\}, \cdots, \{H_n\}, \{H_1, H_2\}, \cdots, \{H_1, H_n\}, \cdots, \Theta\}$ 。定义基本信度分配值(BPA)函数 $m: 2^\Theta \rightarrow [0, 1]$, 满足 $m(\phi) = 0, \sum_A m(A) = 1$ 。若 $A \subseteq \Theta$ 且 $m(A) > 0$, 则称 A 为焦元。 $m(A)$ 指对焦元 A 的信度分配值, 表示方案集 A 获得的证据支持程度。

当存在 n 个证据, $A_p (p = 1, 2, \cdots, n)$ 表示第 p 个证据的焦元, 并且是在同一个识别框架下, 可对 n 个证据的信度函数进行合成:

$$m(E) = \{[(m_1(E) \oplus m_2(E) \oplus m_3(E) \oplus \cdots m_n(E)) = \begin{cases} 0 & E = \phi \\ \frac{\sum_{A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n = E} m_1(A_1) m_2(A_2) \cdots m_n(A_n)}{1 - \sum_{A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n = \phi} m_1(A_1) m_2(A_2) \cdots m_n(A_n)} & E \neq \phi \end{cases} \quad (1)$$

式(1)为证据合成公式, 又称 Dempster-Shafer 合成方法。分母为归一化因子, $\sum_{A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n = \phi} m_1(A_1) m_2(A_2) \cdots m_n(A_n)$ 表示证据的冲突程度。

2.2 基于证据理论的决策规则

确定决策问题的识别框架, 根据证据建立基本信度分配函数, 确定证据对识别框架中焦元的支持程度, 利用 Dempster-Shafer 合成方法计算证据合成后各焦元的信度分配值, 求出证据综合后对焦元的支持程度。

2.3 决策问题描述

对于一个多属性群决策问题, 设有 t 个专家 $D = \{D_1, D_2, \cdots, D_t\}$, 专家权未定, L 个指标属性 $E = \{e_1, e_2, \cdots, e_L\}$, 包括定性和定量指标, 指标的权为 w_i , 且 $\sum_{i=1}^L w_i = 1$, 有的指标间存在一定的相关性; l 个方案 $A = \{a_1, a_2, \cdots, a_l\}$, N 个评价等级 $\{H_1, H_2, \cdots, H_N\}$, $H_i, H_j (i + j = N + 1)$ 表示的偏好程度正好相反; 专家评价方案 a_j 在指标 e_i 下等级为 H_n 的可能度为 $\beta_{n,i}(a_j)$, 方案获得的评价用 $\{H_n, \beta_{n,i}(a_i)\}$ 表示; 若 $\sum_{n=1}^N \beta_{n,i}(a_j) = 1$ 则表示信息是完全的, 如果 $\sum_{n=1}^N \beta_{n,i}(a_j) < 1$ 则信息是不完全的。定量指标由于数据不能直接用等级评价, 因此需要进行转换。根据以往数据和经验将定量指标划分为 N 个等级, H_n 所对应的数值为 $h_n (n = 1, 2, \cdots, N)$ 。

假设指标 e_i 下方案 a_l 的值为 $v_i(a_l)$, 转化为对 N 个等级的隶属度 $g_{k,i}(a_l) (k = 1, 2, \cdots, N), \forall v_i(a_l) \in [h_{k,i}, h_{k+1,i}] (k = 1, 2, \cdots, N - 1)$ 。

$$g_{k,i}(a_l) = \frac{h_{k+1,i} - v_i(a_l)}{h_{k+1,i} - h_{k,i}}; \quad (2)$$

$$g_{k+1,i}(a_l) = 1 - g_{k,i}(a_l); \quad (3)$$

$$\beta_{n,i}(a_l) = g_{n,i}(a_l) (n = 1, 2, \cdots, N)。 \quad (4)$$

这样定量指标仍然可以用 $\{H_n, \beta_{n,i}(a_l)\}$ 表示。例如对同一档次上的 $A、B、C、D$ 4 种品牌轿车的价格进行评价, A 的市场价格为 10 万, B 的市场价格为 9.8 万, C 的市场价格为 10.5 万, D 的市场价格未知。根据以往的数据和经验确定 5 个评价等级 $\{H_1, H_2, H_3, H_4, H_5\}$ 表示{很差、差、一般、好、很好}, 对应的价格分别为{12 万, 11 万, 10 万, 9 万, 8 万}, 用公式(2)~公式(4), 得出 $A、B、C、D$ 的评价分别为 $\{H_3, 100\%\}、\{H_3, 80\%; H_4, 20\%\}、\{H_2, 50\%; H_3, 50\%\}、\{H, 100\%\}$ 。

在评价信息转换时, 需要注意区分成本和效益型指标, 成本型指标转换方式与效益型转换方式正好相反, 详细可见文献[17], 这里就不展开。

3 决策过程

本文的决策过程是每个专家先进行多属性评价, 随后将各指标属性进行证据合成, 得到专家的个体评价结果, 再对各专家的评价结果进行综合。具体方法是:

第一步, 列出单个专家对各方案的评价等级及可能度 $\{H_1, \beta_{1,i}(a_j); \cdots; H_N, \beta_{N,i}(a_j)\} (i = 1, 2, \cdots, L; j = 1, 2, \cdots, l)$ 。

第二步, 指标的相关性处理。

证据理论要求各证据是相互独立的, 即指标间是毫无关系的。但在现实中, 有些指标间带有一定程度的相关性。为了帮助识别和比较不同属性间的相互关联程度, 这里引入了分级排序的方法对指标的相关程度进行打分。表 1 列出本文所用的分级方法, 也可以采取不同的分级方案。本文的重点不是研究哪种分级排序的方法最好或在特定情况下哪一种分级方法更适合, 而是提供一种实用和简便的方法表达指标间的关联程度。用 r_{ij} 表示指标 i 与指标 j 的相关程度, 这样 r_{ij} 构成了一个 $L \times L$ 的相关性矩阵, 其中 $r_{ij} = r_{ji}$, 该矩阵是一个对称阵。

表 1 指标间相关性的分级排序表

相关性程度说明	非常强正相关	强正相关	中等正相关	弱正相关	非常弱正相关	没有相关性	非常弱负相关	弱负相关	中等负相关	强负相关	非常强负相关
等级分数	9	7	5	3	1	0	- 1	- 3	- 5	- 7	- 9

利用上述的分级序列表,能够清楚地表达指标间的相关性。方案在一项指标上的评价等级由所有与该指标相关的指标共同决定,这样可以减少评价的主观偏差。如轿车的价格和舒适度是具有很强的负相关性的,一般来说,价格越高舒适度也越高,如果个人的主观判断出现偏差,出现价格高舒适度低的评价,那么相关性处理就能减小这种偏差。如果个人评价与相关性分析一致,相关性处理对结果没有任何影响。每一个指标都与自身有非常强的正相关性,所以对角线上的元素 $\{r_{ii} = 9 (i = 1, 2, \dots, L)\}$ 。这样可以保证原始评价对相关性处理后的结果的主导作用。

方案 a_j 在指标 e_i 的评价由所有与 e_i 相关的指标共同决定,用式(5)对原始评价 $\{(H_1, \beta_{1,i}(a_j)), (H_2, \beta_{2,i}(a_j)), \dots, (H_N, \beta_{N,i}(a_j))\}$ 进行处理得到 $\{(H_1, \beta'_{1,i}(a_j)), (H_2, \beta'_{2,i}(a_j)), \dots, (H_N, \beta'_{N,i}(a_j))\}$ 。

$$\beta'_{n,i} = (|r_{1i}| \beta_{1,i} + \dots + |r_{ii}| \beta_{n,i} + \dots + |r_{Li}| \beta_{L,i}) / (|r_{1i}| + \dots + |r_{ii}| + \dots + |r_{Li}|) (n = 1, 2, \dots, N; i = 1, 2, \dots, L)。(5)$$

需注意如果指标 e_i 与 e_j 具有负相关性时($r_{ij} < 0$),则 $\beta_{n,j}$ 用 $\beta_{N+1-n,j}$ 取代。因篇幅关系处理后的完整评价矩阵不列出。

第三步,指标信息合成。

确立评价等级为识别框架 $H = \{H_1, H_2, \dots, H_N\}$, H 表示全集。将各指标看作不同的证据,于是就有 L 个信度分配函数 $m_i (i = 1, 2, \dots, L)$ 。

首先,将各指标方案评价等级的可能度转换为信度分配值:

$$m_{n,i} = m_i(H_n) = w_i \beta_{n,i}(a_j); (6)$$

$$m_{H,i} = m_i(H) = 1 - \sum_n m_{n,i} = 1 - w_i \sum_n \beta_{n,i}(a_j); (7)$$

$$\overline{m}_{H,i} = \overline{m}_i(H) = 1 - w_i; (8)$$

$$\overline{m}_{H,i} = \overline{m}_i(H) = w_i (1 - \sum_n \beta_{n,i}(a_j)) (n = 1, 2, \dots, N; i = 1, 2, \dots, L; j = 1, 2, \dots, l)。(9)$$

$$m_{H,i} = \overline{m}_{H,i} + \overline{m}_{H,i} \text{ 并且 } \sum_i w_i = 1。$$

$m_{H,i}$ 表示指标 e_i 下分配给全集 H 的信度,它没有分配给任何的等级,表示不知道的程度。 $m_{H,i}$ 由两个部分 $\overline{m}_{H,i}$ 和 $\overline{m}_{H,i}$ 组成: $\overline{m}_{H,i}$ 表示由属性 e_i 的权所产生的不知道程度; $\overline{m}_{H,i}$ 则由不完整信息所引起。

然后,运用 Dempster-Shafer 合成公式对不同指标生成的信度进行合成,式(1)可用递推公式(10)~公式(14)代替。

$$\{H_n\}: m_{n,l(i+1)} = K_{l(i+1)} [m_{n,l(i)} m_{n,i+1} + m_{n,l(i)} m_{H,i+1} + m_{H,l(i)} m_{n,i+1}]; (10)$$

$$\{H\}: m_{H,l(i)} = \overline{m}_{H,l(i)} + \widetilde{m}_{H,l(i)}; (11)$$

$$\widetilde{m}_{H,l(i+1)} = K_{l(i+1)} [\widetilde{m}_{H,l(i)} \widetilde{m}_{H,i+1} + \widetilde{m}_{H,l(i)} \overline{m}_{H,i+1} + \overline{m}_{H,l(i)} \widetilde{m}_{H,i+1}]; (12)$$

$$\overline{m}_{H,l(i+1)} = K_{l(i+1)} [\overline{m}_{H,l(i)} \overline{m}_{H,i+1}]; (13)$$

$$K_{l(i+1)} = \left[1 - \sum_{n=1}^N \sum_{t \neq n}^N m_{n,l(i)} m_{t,i+1} \right]^{-1} (i = 1, 2, \dots, L-1; n = 1, 2, \dots, N)。(14)$$

$m_{n,l(i)}$ 表示 i 个指标合成后等级 H_n 的信度分配值, $m_{H,l(i)}$ 表示 i 个指标合成后分配给全集 H 的信度值; $m_{n,i+1}$ 表示第 $i+1$ 个指标的在等级 H_n 上的信度分配值, $m_{H,i+1}$ 表示第 $i+1$ 个指标分配给全集 H 的信度值。 K 是归一化因子,将证据间冲突的信度消除。

$$\{H_n\}: \beta_n = \frac{m_{n,l(L)}}{1 - \overline{m}_{H,l(L)}} (n = 1, 2, \dots, N); (15)$$

$$\{H\}: \beta_H = \frac{\overline{m}_{H,l(L)}}{1 - \overline{m}_{H,l(L)}}。(16)$$

合成的结果使用式(15)和式(16)把由指标的权重产生的不知道程度消去,最后得到方案 a_j 的指标合成结果 $\{H_n, \beta_n, H, \beta_H (n = 1, \dots, N)\}$, $\sum_n \beta_n$ 表示确切已知的可能度, β_H 表示不知道的可能度。

第四步,将各方案化入同一信度框架下,得出各方案评价等级的可能度分布。

由于各方案的综合评价结果中确定与不确定的可能度的比重不尽相同,因此为进行比较,将各方案化入同一信度框架(belief framework)内,对其评价等级的可能度进行分配。这时识别框架变成 $H = \{H_1(a_1), H_2(a_1), \dots, H_N(a_1)\}$ 。

首先列出判断矩阵:

$$\begin{matrix} & a_1 & a_2 & \cdots & a_l & H \\ \begin{matrix} a_1 \\ a_2 \\ \cdots \\ a_l \\ H \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & \partial_1 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & \partial_2 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & \partial_l \\ \frac{1}{\partial_1} & \frac{1}{\partial_2} & \cdots & \frac{1}{\partial_l} & 1 \end{bmatrix} & \end{matrix}。 (17)$$

判断矩阵的元素代表各方案总确定程度的比较,对角线表示与自身的比较,所以为 1,其他元素为 0 表示方案间不进行直接比较,最后一列表示各方案总确定程度与不确定程度的比较,其中 $\partial_i = 10 \sum_n \beta_n (j = 1, 2, \dots, l)$,最后一行元素是最后一列对应元素的倒数。

采用最大特征值法,对应的最大特征向量即为分配到各方案的可能度,判断矩阵的最大特征向量可用式(18)求出。

$$m(a_j) = \frac{10 \sum_{n=1}^N \beta_n}{10 \sum_{j=1}^l \sum_{n=1}^N \beta_n + \sqrt{l}};$$
$$m(H) = \frac{\sqrt{l}}{10 \sum_{j=1}^l \sum_{n=1}^N \beta_n + \sqrt{l}} \quad (18)$$

将所得各方案的总可能度按式(19)分配到其各评价等级上,得

$$\beta_h(a_j) = \frac{\beta_h}{\beta_1 + \cdots + \beta_h + \cdots + \beta_N} \times m(a_j) \quad (n = 1, 2, \cdots, N; j = 1, 2, \cdots, l)。$$

各方案的不知道程度均为 $\beta_H = m(H)$ 。

第五步,综合各专家意见结果。

t 个专家独立给出了各方案的评价等级和信度分布,表 2 列出指标合成后的评价结果。

表 2 各专家评价结果

方案	专家及其评价结果				专家意见 综合结果
	$D_1(w_1)$	$D_2(w_2)$	$\cdots$	$D_t(w_t)$	
a_j ($j = 1, 2, \cdots, l$)	$\begin{Bmatrix} H_1, \beta_{1,1}(a_j) \\ \cdots \\ H_N, \beta_{N,1}(a_j) \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} H_1, \beta_{1,2}(a_j) \\ \cdots \\ H_N, \beta_{N,2}(a_j) \end{Bmatrix}$	$\cdots$	$\begin{Bmatrix} H_1, \beta_{1,t}(a_j) \\ \cdots \\ H_N, \beta_{N,t}(a_j) \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} H_1, \beta_1^c(a_j) \\ \cdots \\ H_N, \beta_N^c(a_j) \end{Bmatrix}$
不知道程 H	$\beta_{H,1}$	$\beta_{H,2}$	$\cdots$	$\beta_{H,t}$	β_H^c

群决策即把 t 个专家的意见再进行综合,确立 $\{H_1(a_1), H_2(a_1), \cdots, H_N(a_1)\}$ 为识别框架 H ,将各专家的评价作为证据,利用 Dempster-Shafer 合成方法对专家意见进行综合,设 $\{w_1, w_2, \cdots, w_t\}$ 为专家的权,权重的分配对最后的结果有非常重要的影响,权重最大的专家对最后结果的影响也最大。专家的权重既应依据专家的知识、经验、对问题的熟悉程度等因素来确定,并结合实际的决策条件。在实际中,当决策者难以获得专家的完整信息时,往往直接将权平均分配或者主观的给专家赋权,都无法真实反映专家的相对重要关系,权重最大的专家也可能会出现判断偏差。因而本文采用客观赋权方法,依据各专家实际评价焦元到综合评价结果焦元距离最小的准则确定专家的权,这样,在实际评价时,与综合评价结果偏差越小的专家赋予的权重越大,这样能够保证专家组的意见相对统一,具体方法为:

首先,将 $(w_1, w_2, \cdots, w_t)$ 作为未知变量,对表 2 中各专家意见按照式(6)~式(19)进行合成。结果列于表 2 的最后一列

然后,计算每个专家 $D_k(k = 1, 2, \cdots, t)$ 评价结果到综合评价结果的距离 $d_k(k = 1, 2, \cdots, t)$:

$$d_k = \sqrt{\beta_{1,k}(a_1) - \beta_1(a_1))^2 + \cdots + (\beta_{N,k}(a_1) - \beta_N(a_1))^2 + \cdots + (\beta_{1,k}(a_l) - \beta_1(a_l))^2 + \cdots + (\beta_{N,k}(a_l) - \beta_N(a_l))^2 + (\beta_{1,k}(H) - \beta_H)^2}$$
$$\quad (20)$$

$$\text{总的距离为: } d^T = \sum_k^t d_k。 \quad (21)$$

可以证明, d^T 是各专家权的函数 $g(w_1, w_2, \cdots, w_t)$, 目标是使总距离最小 $\min d^T$, 约束条件为 $w_1 + w_2 + \cdots + w_t = 1$, 于是变成一个求条件极值的问题。构造拉格朗日函数: $f(w_1, w_2, \cdots, w_t) = g(w_1, w_2, \cdots, w_t) + \lambda(w_1 + w_2 + \cdots + w_t - 1)$, λ 为拉格朗日算子,则有

$$\min d^T = g(w_1, w_2, \cdots, w_t)。$$
$$\text{s.t.} \begin{cases} w_1 + w_2 + \cdots + w_t = 1; \\ f(w_1, w_2, \cdots, w_t) = g(w_1, w_2, \cdots, w_t) + \lambda(w_1 + w_2 + \cdots + w_t - 1); \\ w_1, w_2, \cdots, w_t > 0。 \end{cases} \quad (22)$$

拉格朗日函数对各变量的偏导为 0, 列出各变量的偏导方程组(23), 通过极值间与边界上的点的比较求出模型(22)的最小距离 $d_{\min}^T$ 以及对应的解 $(w_1', w_2', \cdots, w_t')$ 。

$$f_{w_1}(w_1, w_2, \cdots, w_t) = g_{w_1}(w_1, w_2, \cdots, w_t) + \lambda = 0;$$
$$f_{w_t}'(w_1, w_2, \cdots, w_t) = g_{w_t}'(w_1, w_2, \cdots, w_t) + \lambda = 0;$$
$$w_1 + w_2 + \cdots + w_t = 1。 \quad (23)$$

用 matlab 编程解方程组(23), 解得: $(w_1', w_2', \cdots, w_t')$, 即为最终专家的权。

最后,将 $(w_1', w_2', \cdots, w_t')$ 代入表 2, 按照式(6)~式(19)对各专家评价结果再进行综合, 得到最终的综合评价结果, 如表 3 所示。

第六步,方案的效用比较。

表 3 列出综合专家意见后各方案的评价等级和可能度分布,为比较优劣,需要将评价等级的信度值化为效用值来比较。

令 $u(H_1) = 0$ 、 $u(H_N) = 1$, 确定其他等级的效用有两种方法:

①对比提问法(根据决策者的偏好采取提问的方式)。

②平均分配法(无偏好) $[u(H_1), u(H_2), \cdots, u(H_N)] = [0, 1/(n - 1), \cdots, 1]$ 。

对各等级的效用进行综合排序得。

$$u(a_j) = u(H_1) \times \beta_1^j(a_j) + u(H_2) \times \beta_2^j(a_j) + \cdots + u(H_N) \times \beta_N^j(a_j) \quad (j = 1, 2, \cdots, l)。$$

(24)

表 3 专家综合评价结果

方案	a_1	a_2	...	a_l	H
专家综合评价结果	$\begin{Bmatrix} H_1, \beta_1^j(a_1) \\ \vdots \\ H_N, \beta_N^j(a_1) \end{Bmatrix}$	$\begin{Bmatrix} H_1, \beta_1^j(a_2) \\ \vdots \\ H_N, \beta_N^j(a_2) \end{Bmatrix}$	...	$\begin{Bmatrix} H_1, \beta_1^j(a_l) \\ \vdots \\ H_N, \beta_N^j(a_l) \end{Bmatrix}$	β_H^j

4 案例分析

3 位专家(D_1 、 D_2 、 D_3)对 A、B、C、D4 种轿车进行综合评价。主要通过“视觉形象、轿车性能、轿车价格、售后服务、轿车养护费用”5 个指标来考核,其权

重分别为:0.2、0.3、0.2、0.15、0.15。其中,价格、养护费用为定量指标,视觉形象、轿车性能、售后服务为定性指标^[17]。假设决策者无法准确给出 3 位专家的权,3 位专家分别给出的 4 种轿车的评价信息矩阵(“*”表示空值,即专家不知道),如表 4 所示。

表 4 专家给出的评价信息

专家	方案	评价信息及可能度				
		视觉形象 $W_1 = 0.2$	性能 $W_2 = 0.3$	价格(万元) $W_3 = 0.2$	售后服务 $W_4 = 0.15$	养护费(元/月) $W_5 = 0.15$
D_1	A	较差 H_3 100 %	一般 H_4 100 %	9.8 H_6 80 % H_7 20 %	较好 H_5 100 %	* H 100 %
	B	* H 100 %	* H 100 %	11.3 H_4 30 % H_5 70 %	较差 H_3 100 %	2000 H_6 100 %
	C	好 H_6 100 %	一般 H_4 100 %	14.2 H_1 20 % H_2 80 %	* H 100 %	2400 H_4 100 %
	D	好 H_6 100 %	较差 H_3 100 %	* H 100 %	较好 H_5 100 %	2600 H_3 100 %
D_2	A	* H 100 %	好 H_6 100 %	9.8 H_6 80 % H_7 20 %	一般 H_4 100 %	* H 100 %
	B	较差 H_3 100 %	差 H_2 100 %	11.3 H_4 30 % H_5 70 %	差 H_2 100 %	2100 H_5 50 % H_6 50 %
	C	好 H_6 100 %	* H 100 %	14.2 H_1 20 % H_2 80 %	好 H_6 100 %	2000 H_6 100 %
	D	较差 H_3 100 %	差 H_2 100 %	11.3 H_4 30 % H_5 70 %	* H 100 %	* H 100 %
D_3	A	好 H_6 100 %	很好 H_7 100 %	9.8 H_6 80 % H_7 20 %	一般 H_4 100 %	1800 H_7 100 %
	B	较好 H_5 100 %	一般 H_4 100 %	* H 100 %	很好 H_7 100 %	* H 100 %
	C	* H 100 %	较好 H_5 100 %	14.2 H_1 20 % H_2 80 %	* H 100 %	3000 H_1 100 %
	D	好 H_6 100 %	* H 100 %	11.3 H_4 30 % H_5 70 %	一般 H_4 100 %	3000 H_7 100 %

这是一个不完全信息的多属性群决策问题,本文采用 7 个评价等级:

{ H_1 、 H_2 、 H_3 、 H_4 、 H_5 、 H_6 、 H_7 } 对应评价信息{很差、差、较差、一般、较好、好、很好},对于价格和养护费用,则根据经验确定各等级所对应的值。

1) 将各专家的评价信息转换为评价等级及其可能度,列于表 4 中评价信息之后。

2) 表 5 列出指标间的相关性矩阵,需说明的是相关性矩阵并不唯一,根据决策者的水平给出的相关性矩阵也不同,用式(5)对各指标的评价等级进行相关性处理。

3) 用式(6)~式(16)对相关性处理后的专家评价结果进行指标合成,结果列于表 6。

4) 用式(17)~式(19)将指标合成结果化为同一信度框架内,结果列于表 7。

表 5 指标相关性矩阵

评价指标	视觉形象	性能	价格	售后服务	养护费用
视觉形象	9	0	- 5	0	- 1
性能	0	9	- 7	0	5
价格	- 5	- 7	9	- 3	5
售后服务	0	0	- 3	9	0
养护费用	- 1	5	5	0	9

5) 确定 3 位专家的权,对 3 位专家的评价进行初步综合。用式(20)~式(23)算出 3 位专家的评价结果到综合评价结果的距离的最小值为: $\min d^T = 0.4588$,最小值对应的 3 个专家的权为 ($w_1 = 0.26$ $w_2 = 0.49$ $w_3 = 0.25$)。

6) 用得到的权对表 7 再进行合成,得到最终专家意见综合的结果,如表 8 所示。

表 6 各专家的指标合成结果

专家	方案	评价等级及可能度(%)							
		H ₁	H ₂	H ₃	H ₄	H ₅	H ₆	H ₇	H
D ₁	A	4. 18	17. 5	14. 15	22. 89	15. 18	7. 57	18. 65	16. 68
	B	0	1. 28	28. 69	9. 62	9. 17	18. 83	0	32. 41
	C	1. 76	11. 07	0	43. 2	0	28. 83	3. 92	11. 22
	D	0	4. 08	40. 78	0	17. 42	11. 58	0	26. 14
D ₂	A	19. 82	23. 46	0	13. 58	0	27. 58	4. 18	29. 18
	B	0	31. 93	27. 08	8. 77	19. 22	13	0	0
	C	1. 67	13. 78	0	0	0	63. 76	36. 45	17. 14
	D	0	18. 12	29. 60	9. 62	11. 1	4. 77	0	26. 79
D ₃	A	9. 79	21. 08	0	11. 55	0	18. 90	38. 68	0
	B	2. 22	0	4. 51	24. 83	13. 19	0	12. 26	42. 99
	C	21. 62	7. 79	4. 62	0	19. 28	17. 66	5. 46	23. 57
	D	1. 36	4. 04	14. 97	23. 64	6. 72	12. 25	17. 67	19. 35

表 7 同一信度框架下方案的信度分配表

专家	方案	评价等级及可能度(%)							
		H ₁	H ₂	H ₃	H ₄	H ₅	H ₆	H ₇	H
D ₁	A	1. 25	5. 25	4. 24	6. 86	4. 55	2. 27	0. 56	5. 60
	B	0	0. 38	8. 61	2. 88	2. 75	5. 65	0	
	C	0. 53	3. 32	0	12. 95	0	8. 64	1. 18	
	D	0	1. 22	12. 22	0	5. 22	3. 47	0	
D ₂	A	0. 57	6. 77	0	3. 92	0	7. 95	1. 21	5. 77
	B	0	9. 20	7. 81	2. 53	5. 54	3. 75	0	
	C	0. 48	3. 97	0	0	0	18. 38	1. 05	
	D	0	5. 22	8. 53	2. 77	3. 20	1. 38	0	
D ₃	A	2. 93	6. 31	0	3. 46	0	5. 66	11. 58	5. 99
	B	0. 67	0	1. 35	7. 43	3. 95	0	3. 67	
	C	6. 47	2. 33	1. 38	0	5. 77	5. 28	1. 63	
	D	0. 41	1. 21	4. 48	7. 07	2. 01	3. 67	5. 29	

表 8 专家意见综合结果

方案	专家综合评价结果(%)							
评价等级	H ₁	H ₂	H ₃	H ₄	H ₅	H ₆	H ₇	H
A	0. 85	6. 14	1. 79	5. 20	1. 92	5. 47	0. 91	5. 58
B	0	5. 31	8. 28	2. 65	4. 31	4. 56	0	
C	0. 49	3. 67	0	5. 54	0	14. 55	1. 09	
D	0	3. 45	10. 39	1. 55	4. 06	2. 25	0	

7) 按照平均分配法得出各等级的绩效：
[$u(H_1)$, $u(H_2)$, $u(H_3)$, $u(H_4)$, $u(H_5)$,
 $u(H_6)$, $u(H_7)$] = $\left[0, \frac{1}{6}, \frac{2}{6}, \frac{3}{6}, \frac{4}{6}, \frac{5}{6}, 1\right]$ 。
用式(24)计算出各方案的效用值：
 $u(A) = 0. 1108, u(B) = 0. 1109, u(C) =$
 $0. 1590, u(D) = 0. 1034$ 。
所以 $C > B > A > D$ 。采用 DS-AHP 法, 用
AHP 确定专家的权为 ($w'_1 = 0. 3 w'_2 = 0. 2 w'_3 =$
 $0. 5$) , 计算的焦元距离为 $0. 4757 > 0. 4588$ 。不考虑
指标相关性, 得到的结果为 $A > B > C > D$ 。为进行
比较, 在不考虑指标相关性的情况下, 得到专家的权
为 ($w_1 = 0. 28, w_2 = 0. 44, w_3 = 0. 28$) , 结果为 A
 $> C > B > D$ 。发现方案 B 和 C 的偏好顺序相反, 原

因在于 D_3 认为 B 比 C 好, 而 D_2 认为 C 比 B 好, 层
次分析法赋予 D_3 的权重达到 0. 5, 而客观赋权法给
 D_2 的权重更大。
5 结束语及未来研究建议
本文将证据理论用于处理不完全信息的多属性
群决策问题。先对评价指标间的相关性进行分析和
处理; 随后将评价信息转化为信度分配值, 用 DS 证
据合成公式进行指标合成, 得到单个专家的评价结
果, 在合成过程中, 对 Yang 和 Beynon 的方法进行
了改进, 将各方案的未知程度统一, 化入同一个框架
下, 这样合成的结果是确定的信度值而不是信度区
间, 比较时更加方便; 最后对各专家意见进行综合。
在综合专家意见时提出一种基于焦元距离最小的客

规定权方法,解决专家权重未知或主观规定权的问题。

需要说明的是,决策属于主观的分析,评价指标间的相关性也是一种主观的判断,无法像计量经济学中可以对影响因子间的相关性作出定量表示。本文尝试用分级打分的方法表示指标间的相关性,原始的评价仍然占据主导的作用;当主观判断出现偏差时能够减小偏差造成的影响,当判断与相关性一致时结果不会发生任何变化,目的是使评价更加准确。另外,相关性矩阵也是不唯一的,决策者水平越高,相关性分析也越准确。

在多属性群决策中,权重对最后的合成结果影响重大。指标的权重用层次分析法能够较好的表示,但对专家的权重由于存在人的因素变得不好把握。在案例分析中,采用主观赋权法(AHP法)给专家赋权为(0.3,0.2,0.5),得到的结果是 $A > B > C > D$,而采用客观赋权法结果是 $A > C > B > D$,原因在于给专家赋予的权重不同,而专家的评价是有明显差异的。基于焦元距离的赋权方法是根据决策结果来给专家赋权,一般来说,与整个专家组的意见偏差越小其赋予的权重也越大,其优点在于能使综合后的结果最接近所有专家的评价结果,使各专家到综合评价结果的总偏差最小,适用于专家权重未知或者将专家视为同等重要的情况。

在本文研究的过程中,评价指标采用的是确定的数字或等级,但目前定量指标中很多数据是不确定的区间或更复杂的情况,对于这类数据的处理还需进一步的研究;指标相关性处理时哪种分级排序方法最好也值得进一步研究;在综合专家意见时采用的是基于焦元距离最小的客观规定权法,这种方法有一定的使用范围;一般情况下,如何与主观规定权方法(如AHP)结合更符合真实的情况,这也是值得研究的。

参考文献

- [1] SAATY T L. The analytic hierarchy process[M]. New York:McGraw-Hill,1980.
- [2] SAATY T L. Decision-making with the AHP:why is the principal eigenvector necessary[J]. European Journal of Operational Research,2003,145:85-91.
- [3] DEMPSTER A P. A generalization of bayesian inference (with discussion)[J]. Journal of Royal Statistical Society Series B,1968,30(2):205-47.
- [4] SHAFER G. A mathematical theory of evidence[M]. Princeton,NJ:Princeton University Press,1976.
- [5] YAGER R R, FEDRIZZI M, KACPRZYK J. Advances in the Dempster-Shafer Theory of Evidence[M]. Wiley, New York,1994.
- [6] YAGER R R. Modeling uncertainty using partial information[J]. Information Sciences,1999,121:271-294.
- [7] BRYSON N, MOBOLURIN A. A process for generating quantitative belief function[J]. European Journal of Operational Research,1999,115:624-633.
- [8] YEN J. Generalizing the Dempster-Shafer theory to fuzzy sets[J]. IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics,1990,20(3):559-570.
- [9] GUO M, YANG J B. Evidential reasoning based preference programming for multiple attribute decision analysis under uncertainty[J]. European Journal of Operational Research,2007,182:1294-1312.
- [10] YANG J B. Rule and utility based evidential reasoning approach for multi-attribute decision analysis under uncertainties[J]. European Journal of Operational Research,2001,131:31-61.
- [11] YANG J B, WANG Y M. The evidential reasoning approach for MADA under both probabilistic and fuzzy uncertainties[J]. European Journal of Operational Research,2006,171:309-343.
- [12] WANG Y M. The evidential reasoning approach for multiple attribute decision analysis using interval belief degrees[J]. European Journal of Operational Research,2006,175:35-66.
- [13] BEYNON M, CURRY B, MORGAN P. The Dempster-Shafer theory of evidence: an alternative approach to multi-criteria decision modeling[J]. OMEGA,2000,28(1):37-50.
- [14] BEYNON M. DS/AHP method: A mathematical analysis, including an understanding of uncertainty[J]. European Journal of Operational Research,2002,140:148-164.
- [15] BEYNON M. A method of aggregation in DS/AHP for group decision-making with the non-equivalent importance of individuals in the group[J]. Computer & Operations Research,2005,32:1881-1896.
- [16] 龚本刚,江文奇.一种基于决策矩阵的DST-AHP多属性决策方法[J].运筹与管理,2007,4(16):28-34.
- [17] 龚本刚.基于证据理论的不完全信息多属性决策方法研究[D].安徽:中国科学技术大学,2007.
- [18] 龚本刚,华中生.一种语言评价信息不完全的多属性群决策方法[J].中国管理科学,2007,15(1):88-93.
- [19] 杨春,李怀祖.一个证据推理模型及其在专家意见综合中的应用[J].系统工程理论与实践,2001,1(4):43-48.
- [20] 吴隽,张剑英,任丽娟.基于证据推理与粗集理论的供应链合作伙伴选择方法研究[J].中国软科学,2005(3):130-133.
- [21] 戴云徽,韩之俊,王雪荣.检验检疫背景符合性条件风险严重度评价研究——基于证据理论[J].技术经济,2008(11):49-53.
- [22] 王一军,罗大庸.采用信度分级的证据理论合成规则[J].计算机工程应用,2009,45(15):41-43.

(下转第82页)

究表明,小型资本股票的回报率要高于大型资本股票^[17],而且差别化投资群体的存在,也要求基金的投资风格具有多样性。因此,我国开放式股票型基金有待于进一步开发和完善。

2)经过风格调整之后,基金普遍获得了超额收益,表现好于市场基准组合的表现,这说明我国证券市场还不是强势有效市场,基金经理可以通过对证券的分析寻找偏离实际价值的股票进行投资,获得超过市场的超额收益,因此投资者选择基金的时候应该考虑基金经理的能力。

参考文献

- [1] SHARPE W F. Asset allocation, management style and performance measurement[J]. Journal of Portfolio Management, 1992, 18: 7-19.
- [2] FAMA E F, FRENCH K R. Multifactor explanations of asset pricing anomalies[J]. Journal of Finance, 1993, 51(5): 55-84.
- [3] STEPHEN J B, GOETZMANN W N. Mutual fund styles[J]. Journal of Financial Economics, 1997, 43(5): 373-399.
- [4] CHAN K C, LAKONISHOK J. On mutual fund investment styles[J]. Review of Financial Studies, 2002, 5(15): 1407-1437.
- [5] BROWN K C, HARLOW W V, STARKS L T. Tournaments and temptations: an analysis of managerial incentives in the mutual fund industry[J]. Journal of Finance, 2004, 60(3): 85-110.
- [6] IDZOREK T M, BERTSCH F. The style drift score[J]. Journal of Portfolio Management, 2004, 31(1): 76-83.
- [7] COOPER M J, GULEN H, RAU P R. Changing names with style: mutual fund name changes and their effects on fund flows[J]. Journal of Finance, 2005, 60(6): 1-22.
- [8] 江波,汪雷. 对我国各投资基金经营业绩和投资风格的实证分析[J]. 财贸研究, 2002(4): 104-107.
- [9] 曾晓洁,黄嵩,储国强. 基金投资风格与基金分类的实证研究[J]. 金融研究, 2004(3): 66-77.
- [10] 赵宏宇. 证券投资基金的投资风格分析与比较[J]. 证券市场导报, 2005(10): 58-62.
- [11] 张津,王卫华. 我国证券投资基金投资风格实证研究[J]. 中央财经大学学报, 2006(1): 29-33.
- [12] 周铨,朱洪亮,李心丹. 基于因子聚类方法的基金风格分类研究[J]. 南方经济, 2006(12): 61-69.
- [13] 叶莉,刘巍. 我国开放式基金投资风格评价方法研究[J]. 现代财经, 2006, 26(8): 24-28.
- [14] 赵宏毅,于泽,李颖俊. 投资者参与和证券投资基金风格业绩的评估[J]. 经济研究, 2005(7): 45-55.
- [15] 李学峰,徐华. 基金投资风格漂移及其对基金绩效的影响研究[J]. 证券市场导报, 2007(8): 70-77.
- [16] 宋威. 风格漂移与基金绩效[J]. 商业研究, 2009(6): 153-156.
- [17] 中国证券业协会. 证券投资基金[M]. 北京:中国财政经济出版社, 2009: 342.

Empirical Research on Open-ended Equity Fund Performance Based on Style Adjustments

Zhang Zongyi, Xiang Huiling

(College of Economics and Business Administration, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

Abstract: The investment style of fund has a significant impact on fund performances. Thus, comparing the performance of different funds' investment styles directly can not reflect the scientific pros and cons. This paper selects a sample interval that experiences a full rise and decline quotes from April 1, 2005 to November 30, 2009, tests the investment styles of 51 open-end equity funds of China with Fama-French three-factor model, and finds that open-end equity funds of China have a serious style convergence with the performance of large-growth types by evaluating the fund performance excluding the fund style factor. At last, the funds achieve a certain degree of excess returns after style adjustment.

Key words: open-ended fund; investment style; fund performance

(上接第64页)

Study on Multi-attribute Group Decision Making Problem with Incomplete Information Based on the D-S Theory

Liu Ruiyu, Tang Liang

(School of Economics and Management, Wuhan University, Wuhan 430072, China)

Abstract: A new method based on the evidence theory is proposed for multi-attribute group decision making problem with incomplete information, index relativity and experts' weights unknown. The approach first processes the index relativity through rating scale analysis and defines the basic probability assignment function according to the assessment information, and then the BPA values are integrated into a comprehensive one through D-S rule of combination. To solve the problem of experts' weights unknown, a method which minimizes the total deviation of each expert from the integrated assessment of the expert group is put forward to synthesize the experts' opinions to rank the alternatives. Finally, an example is examined by comparing with the result of DS-AHP to demonstrate the validity and limitation of the method.

Key words: incomplete information; evidence theory; multi-attribute group decision-making; index relativity