

基于交叉弹性及边际成本的机票预售收益管理模型

王 勇, 宋国军, 李富昌

(重庆大学 经济与工商管理学院, 重庆 400030)

摘 要: 收益管理是一种新型的经营管理技术, 而超订作为收益管理的关键技术之一对提高航班收益具有重要作用。本文在航班存在超订的基础上, 建立了考虑交叉弹性及航班向乘客所提供服务的边际成本的机票预售新模型。新模型不仅强调了边际成本对机票预售的重要性, 而且充分反映了我国航空公司所面临的激烈市场竞争问题。通过对新模型的进一步分析, 得到了存在超订情况下的一系列对现实具有指导意义的最优机票预售策略。

关键词: 收益管理; 交叉弹性; 边际成本; 最优折扣; 最优收益

中图分类号: F562.5 **文献标识码:** A **文章编号:** 1002-980X(2010)07-0056-05

1 研究背景

20 世纪 70 年代, 收益管理作为一种通过建立实时预测模型确定最佳销售或服务价格, 以谋求收入最大化为目标的新型经营管理技术, 首先被美国航空公司提出, 并在随后近 40 年的发展中, 被推广应用于酒店、汽车租赁、银行、饭店等服务性行业, 且分别取得了较好的收益效果。目前, 收益管理系统已被全世界的航空公司争相使用, 并成为航空公司面对激烈市场竞争时的盈利武器。为充分提高收益, 各航空公司在收益管理系统的支持下不断将合适数量的机票售给适合的消费群体, 并以此不断提高航班客座率。

鉴于我国航空客运客座率普遍不高的现状, 快速合理地引进使用收益管理理念成为一种必然趋势。据相关学者分析, 我国 3 大航空公司的飞机空座率平均为 30% ~ 37.5%^[1]。之所以有如此高的空座率, 其中存在诸多原因, 诸如提前订票的乘客在飞机起飞前退票以及铁路客运的竞争等。因此, 在存在超定可能的情况下, 如果航空公司不采取超定策略, 那么由此造成的损失将多达 15%^[2]。由于乘客在飞机起飞前或起飞时是否取消或放弃登机是一个随机事件, 因此如果采取超定策略, 将有可能发生登机人数超过航班最大容量的可能性, 此时会对航空公司信誉度和公司航班收益造成一定的不良影

响。因此, 制定能有效提高航班客座率、增加航班收益值的机票预售策略, 已成为当前航空客运领域的研究热点。

为充分提高航班客座率、增加航班收益值, 国内外已有众多学者作了大量研究。其中, Brumelle 和 McGill 定性分析了如何降低因乘客退票或误机等因素造成的损失^[3]。Peter 和 Johnr 通过对航空公司之间竞争性的分析, 建立了包含乘客选择行为的仿真模型^[4]。Subramanian 和 Stidham 根据乘客的退票行为, 用排队论描述了座位的动态控制问题^[5]。Feng 和 Gallego 根据效用期限的不同, 研究了存在多种价格下, 价格变化的最优时间问题^[6]。Dan Zhang 和 William L 通过乘客对同线多次航班的不同选择, 建立了马尔科夫决策过程的动态定价模型^[7]。国内, 有学者根据我国的现实情况分析了航空收益管理决策目标的组成要素和收益管理系统在航空领域的实际应用等^[8-9]。在定量模型方面, 周圣武和张兴永通过对不同航班超订收益问题的对比研究, 建立了多等级票价模型^[10]。高强和朱金福等通过引入动态规划, 为机票超售的适时控制提供了更加有效的管理方法^[11]。席卫东和乔兵首次在收益管理系统中融入乘客与航空公司的博弈性, 并提出了收益管理的 K 线图研究思想^[12]。曾宪聚和郁志坚等研究了垄断航空公司票价折扣率对机票价格及公司收益最大化的影响问题^[13]。廖刚和陈宏民

收稿日期: 2010-03-24

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(70872123)

作者简介: 王勇(1957—), 男, 四川内江人, 重庆大学经济与工商管理学院教授, 博士生导师, 研究方向: 收益管理、物流管理及优化方法; 宋国军(1985—), 男, 山东临沂人, 重庆大学经济与工商管理学院硕士研究生, 研究方向: 收益管理、物流管理及优化算法; 李富昌(1981—), 男, 广东乐昌人, 重庆大学经济与工商管理学院博士研究生, 研究方向: 物流管理及优化算法、收益管理。

等研究了存在产品差异化时航空联盟的定价、收益优势^[14]。肖勇波和陈剑等以同一航空公司同一航线上两个不同时间段的航班为对象, 从乘客基于航班时间和机票价格因素不同而对两个航班所作的不同选择出发, 研究了航空公司的双航班联合动态定价模型^[15]。

通过对航班收益方面文章的研读发现, 尽管收益管理对于航空公司的合理运营具有重要的影响作用, 但却很少有学者探讨基于收益管理理念的机票预售策略。从以上文献可知, 由于问题的复杂性, 因此众多学者也只是从航空公司自身或航空公司间的相互关系出发去研究机票预售问题, 而描述铁路客运对航空客运替代效应的因素却迟迟未能进入机票预售策略, 这使得公司在制定策略时容易与客运市场脱节。我们同时发现在机票预售策略的制定过程中, 由于航班向乘客提供服务的边际成本相对于航班固定成本的低比例, 因此常常被忽略。但有数据显示, 2007年中国国内航空公司的固定成本与边际成本约呈4:1的比例^[1], 而且多年来一直处于这样一个大体的状态。由此, 在航空公司运营过程中直接忽略边际成本, 不仅不利于航空公司对航班成本的控制, 也不利于机票价格的控制。因此, 本文在收益管理思想的基础上, 建立了包含反映客运市场竞争状况的交叉弹性及航班向乘客提供服务的边际成本等因素在内的机票预售新模型。同时通过对模型的研究分析进一步证实新模型的有效性和可行性。

2 模型的建立

2.1 问题描述

现实中, 我们不难发现连接两地之间的交通运输方式往往有多种, 并且当两地之间的距离达到一定程度时, 直通两地的主要交通运输方式只有少数几种。为便于分析, 我们假定甲乙两地之间只存在飞机和火车两种主要运输方式, 并用 g 代表飞机的初始价格, 用 Q_A 、 Q_T 分别代表价格 g 下飞机和火车的乘客量。基于此, 我们做出如下假设:

假设 1: 在某一特定的时间内, 由甲地到乙地的乘客数量为 Q , 当机票初始价格为 g 时, $Q_A + Q_T \leq Q$ 。

假设 2: 飞机的最大容量为 N , 火车的最大容量为 M , 且 $N + M \leq Q$ 。

由于航空公司采取预售票策略, 因此部分提前预订票的乘客在飞机起飞前往往会因行程改变或其他不确定因素而导致退票或误机等随机现象。当预订票乘客有可能超过航班最大容量 N 时, 航空公司为了有效提高实际客座率, 往往会根据乘客订座累

积概率分布和乘客不能按时登机的概率分布进行适当的超额售票。鉴于乘客能否按时登机是一个随机现象, 即使超额售出的票数与历史统计数据得出的概率分布相符, 仍然有可能出现实际登机人数大于航班最大容量 N 的情况, 一旦发生这种随机风险, 航空公司就必须向被挤掉的乘客采取一定的补偿措施。因此我们做出如下假设:

假设 3: 相对于机票价格的频繁变动, 火车票价在某一时间段内是不变的。

假设 4: 预订票的人数为 n , 每位乘客不按时登机的概率为 p , 且每位乘客是否按时登机是相互独立的, 如果有 k 人不按时登机, 我们记为 p^k , 则每人按时登机的概率为 $(1-p)$, 记为 q 。

假设 5: 航空公司向每位被挤掉乘客所支付的成本为常数 l 。

假设 6: 航班起飞的成本为 f , 航班起飞的固定成本为 b , 航班向每位乘客提供的的边际成本为常数 c 。

2.2 建立模型

Huntley 和 James 在没有考虑航班向乘客提供服务的边际成本 c 及反映市场竞争状况的交叉弹性 E_{AT} 的情形下, 设定了航空公司机票预售的模型^[16], 并量化了固定成本下航班所获得的收益值 π , 且有

$$\pi = \begin{cases} (n-k)g - b & (n-k \leq N) \\ Ng - b - (n-k-N)l & (n-k > N) \end{cases} \quad (1)$$

鉴于我国幅员辽阔, 人员流动较大的现状, 为了更好地反映航班总成本及客运市场的竞争性, 我们将在 Huntley 和 James 研究的基础上进一步考虑航班向乘客提供服务的边际成本 c 及反映市场竞争状况的交叉弹性 E_{AT} 对机票预售的影响。

当我们只考虑固定成本时, 可以容易地得到航班的起飞成本为 $f = b$ 。通过对航班向每位乘客提供服务的边际成本 c 的分析, 可以得到新形式下航班起飞的成本为

$$f = \begin{cases} (n-k)c + b & (n-k \leq N) \\ Nc + b & (n-k > N) \end{cases} \quad (2)$$

由此, 我们可以得到仅考虑边际成本 c 时航班所获得的收益值 π' , 即

$$\pi' = \begin{cases} (n-k)(g-c) - b & (n-k \leq N) \\ N(g-c) - (n-k-N)l - b & (n-k > N) \end{cases} \quad (3)$$

在由甲地通往乙地的过程中, 面对铁路客运的同线竞争, 航空公司要想获得一定份额的市场, 需要向乘客提供质优价廉的客运服务。依据市场需求法则, 伴随着机票价格 g 的变动, 乘坐飞机的人数 Q_A

将与价格呈反向变动。因此,在航班允许的最大容量 N 内,只要航空公司的机票价格不低于航班向乘客提供服务的边际成本 c ,都会给航班带来收益或最小化的损失。根据假设 1 和 2,当特定时间内乘客数量为一定常数 Q 时, Q_A 与 Q_T 得变动方向相反,即 Q_T 与机票价格 g 同向变动。则根据需求弹性理论,飞机和火车之间的交叉替代弹性可表示为:

$$E_{AT} = \frac{\Delta Q_T}{Q_T} \bigg/ \frac{\Delta g}{g} = \frac{\Delta Q_T}{\Delta g} \times \frac{g}{Q_T} \quad (4)$$

其中, E_{AT} 表示飞机与火车之间的交叉替代弹性。某特定时间段内,当通往两地的乘客数量为 Q 时,航空公司乘客量 Q_A 的增加将会引起铁路客运量 Q_T 的下降,且变化的数值相等,我们将这个变化值用字母 a 代替,即 $\Delta Q_A = \Delta Q_T = a$,将其带入(4)式可得:

$$a = \Delta Q_A = \Delta Q_T = \frac{E_{AT} Q_T \Delta g}{g} \quad (5)$$

由假设 3 知,当火车票价相对稳定时,航空公司为提高客座率,增加收益值,会适时的变动机票价格 g 。假设航空公司对部分预售机票价格的折扣率为 β ($0 \leq \beta \leq 1$), β 则不仅解释了航班舱位的不同设置,同时预订票乘客市场也得以细分,由现实可知,折扣率 β 越大,则降价幅度越小,折扣水平越低。当航空公司在初始价格 g 的基础上采取 β 的折扣率时,机票的价格变动大小为 $\Delta g = g - \beta g$,将其代入式(3),可以得到火车乘客的减少数量为:

$$a = \Delta Q_A = \Delta Q_T = E_{AT} Q_T (1 - \beta) \quad (6)$$

由式(6)可知,在 β 的折扣率下,愿意接受价格 βg 而致使航班增加的乘客数量为 a ,相应增加收益值为 $a\beta g$ 。

我们假定购买折扣票的乘客购票即付款,不按时前来登机则机票作废,则不能按时登机的乘客数量 k 全部来自购买全价票的乘客 $(n - a)$ 。由假设 4 和假设 5 可知,当容量为 N 的航班实际预售票数为 n 时,在式(3)基础上通过对折扣率 β 的考虑,可以得到航班收益 π 为:

$$\pi = \begin{cases} a\beta g + (n - a - k)g - (n - k)c - b & (n - k \leq N) \\ a\beta g + (N - a)g - (n - k - N)l - Nc - b & (n - k > N) \end{cases} \quad (7)$$

因为每一个乘客是否按时登机是相互独立的,所以不按时来登机的乘客数量 k 服从随机概率为 P 的二项分布。其分布概率为:

$$p^k = P(K = k) = C_{n-a}^k q^k n^{-a-k} \quad (8)$$

在 p^k 的概率分布下,航班的期望收益值 $\pi(n)$ 为:

$$\pi(n) = \sum_{k=0}^{n-N-1} [a\beta g + (N - a)g - (n - k - N)l - Nc -$$

$$b] p^k + \sum_{k=n-N}^{n-a} [a\beta g + (n - a - k)g - (n - k)c - b] p^k \quad (9)$$

通过分析我们注意到 $\sum_{k=0}^{n-a} k p^k = (n - a)p$,因此我们可以化简式(9)为:

$$\pi(n) = qn(g - c) - (1 - \beta - p)ga - pa - b - (g + l - c) \sum_{k=0}^{n-N-1} (n - N - k)p^k \quad (10)$$

将式(6)代入式(10),我们最终可以得到航班的期望收益值 $\pi(n)$ 为:

$$\pi(n) = qn(g - c) - E_{AT} Q_T [(1 - \beta)^2 g - (1 - \beta)(g - c)p] - b - (g + l - c) \sum_{k=0}^{n-N-1} (n - N - k)p^k \quad (11)$$

3 模型分析

3.1 最优收益值

通过新模型的建立,我们在机票预售过程中成功引入了航班向乘客提供服务的边际成本 c 及市场竞争交叉替代弹性 E_{AT} ,并得到了该条件下航班的期望收益 $\pi(n)$ 。由于竞争系数 E_{AT} 的引入,因此可以得到航空公司在面对火车客运同线竞争时能够采取的最佳折扣率为:

$$\frac{\partial \pi(n)}{\partial \beta} = -E_{AT} Q_T [2(\beta - 1)g + (g - c)p] = 0 \quad (12)$$

即:

$$\beta^* = 1 - \frac{p}{2} + \frac{pc}{2g} = 1 - \frac{p(g - c)}{2g} \quad (13)$$

可知,航空公司销售的最优折扣机票价格 g^* 为:

$$g^* = \beta^* g = g - \frac{1}{2} p(g - c) \quad (14)$$

将 β^* 代入式(4),可以得到在市场竞争 E_{AT} 既定时航班可售折扣票的最优数量 a^* 为:

$$a^* = (E_{AT} Q_T p / 2) \times [(g - c) / g] \quad (15)$$

同理,基于式(11),我们得到航班的预期最优收益为 $\pi(n)^*$,即:

$$\pi(n)^* = qn(g - c) - \frac{p^2}{4g} E_{AT} Q_T (g - c)^2 - b - (g + l - c) \sum_{k=0}^{n-N-1} (n - N - k)p^k \quad (16)$$

3.2 结果分析

1) 由于航空客运和火车客运之间的替代关系,因此我们可以知道 $E_{AT} > 0$ 。对式(12)进一步分析,则 $\pi(n)$ 关于折扣率 β 的二次导数为:

$$\partial^2 \pi(n) / \partial \beta^2 = -2g E_{AT} Q_T < 0 \quad (17)$$

可知航班期望收益值 $\pi(n)$ 是一个凹函数,通过对 β 的调整, $\pi(n)$ 会随着相应变化。当 $\beta \in [0, 1 - \frac{p(g - c)}{2g}]$ 时,随着 β 值的变大, $\pi(n)$ 值增大, $\pi(n)$

为单调增函数; 同理, 当 $\beta \in [1 - \frac{p(g-c)}{2g}, 1]$ 时, $\pi(n)$ 为单调减函数。当取值为 β^* 时, 可以得到航班最优收益值为 $\pi(n)^*$ 。

通过对折扣率 β 的分析, 我们可以知道并不是折扣率越大航班的期望收益越大, 也并非折扣率越小航班的期望收益越小, 当折扣率 β 属于 $[0, 1 - \frac{p(g-c)}{2g}]$ 范围时, 伴随着折扣率 β 的增大航班的期望收益 $\pi(n)$ 增大, 当折扣率 β 属于 $[1 - \frac{p(g-c)}{2g}, 1]$ 范围时, 伴随着折扣率 β 的增大航班的期望收益 $\pi(n)$ 减小。由此, 可以加强航空公司在实际应用中折扣率的适时调整, 最有折扣率的量化也为航班舱位的不同等级设置及折扣票的销售提供了现实依据。

2) 分析式(13)可知, 最优折扣率 β^* 与交叉替代弹性 E_{AT} 没有直接关系。在初始价格 g 和乘客不能按时登机的概率 p 已知的情形下, β^* 与边际成本 c 呈正相关关系, 又由于 β^* 值越大折扣水平越低, 因此伴随着 c 的变化, 折扣水平呈反相关关系。边际成本 c 通过对最优折扣率 β^* 的影响, 进而对最优折扣价格 g^* 、折扣票的最优销售量 a^* 及最有期望收益 $\pi(n)^*$ 产生影响。因此, 对边际成本 c 的忽略将会阻碍航空公司制定一系列最优策略。这种量化关系, 有利于航空公司在运营过程中更直观的对边际成本 c 进行有效控制。

3) 分析式(11)中的替代弹性 E_{AT} , 通过对其一次求导可得:

$$\frac{\partial \pi(n)}{\partial E_{AT}} = -Q_T[(1-\beta)^2 g - (1-\beta)(g-c)p] \quad (18)$$

由于最优折扣率 β^* 与交叉替代弹性 E_{AT} 没有直接关系, 因此将 β^* 值代入式(18)可得:

$$\frac{\partial \pi(n)}{\partial E_{AT}} = -\frac{p^2}{4g} Q_T (g-c)^2 \leq 0 \quad (19)$$

由式(19)可知, 伴随着 E_{AT} 的增大, $\pi(n)$ 逐渐减小, 二者成反相关关系。因此, 航班的期望收益值与市场的竞争性密切相关, 伴随着竞争的加剧航班利润会相应地减小。

分析发现, 通过对航班向乘客提供服务的边际成本 c 及表现竞争机制的交叉弹性 E_{AT} 的考虑, 机票预售新模型更具有现实指导意义。新模型中边际成本 c 的引入, 不仅强调了航空公司需要对自身成本进行有效控制, 也说明了航班向乘客提供服务的质量应该保持在一定的标准, 并非越好的服务越有利于提高航班收益值; 新模型中替代弹性 E_{AT} 对航班最优收益值的影响, 有力说明了铁路客运对航空

客运的冲击, 也说明了航空公司与整个客运市场之间存在着密切的关系。因此, 在制定机票预售策略时忽略可替代性运输工具的影响, 不利于航班最优收益值的准确预测。

4 结语

本文通过对表现市场竞争的交叉弹性及航班向乘客提供服务的边际成本的考虑, 建立了合理有效的机票预售新模型, 并通过对新模型的进一步分析获得了新形势下航空公司在存在超订可能情况下应该采取的一系列最优策略。研究分析表明:

1) 交叉弹性与航班期望收益值呈反相关关系, 说明航班最优期望收益值与市场竞争程度密切相关, 市场竞争越激烈越不利于航空公司收益值的增加。

2) 边际成本与最优折扣率呈正相关关系, 由于折扣率的值越大折扣水平越低, 因此伴随着边际成本的变化, 折扣水平呈反相关关系。同时边际成本的变化会进一步影响航班最优折扣价格和可售最优折扣机票数量。

3) 边际成本的合理量化有利于航班向乘客提供合理的服务标准, 以增加航班收益值。

由以上结论可知, 改进后的机票预售新模型比原始的机票预售模型更具现实意义。因此, 基于我国幅员辽阔、人员流动较大及边际成本相对较高的现状, 不能直接忽视交叉弹性和边际成本对航空公司的影响, 它们对航空公司在制定机票预售策略的过程中具有非常重要的作用。

由于问题的复杂性, 因此本文仅考虑了存在航空客运和铁路客运两种交通运输方式同线竞争的情形, 现实中往往会存在多种可替代性交通运输方式共存的情形, 如何建立多种交通运输方式共存情形下的机票预售模型是下一步的研究方向; 另外由于乘客退票或误机的概率是一个随机数值, 因此航空公司的超售策略就必然存在一定的风险, 如何在航空公司机票预售收益管理模型中引入风险变量, 也是当今机票预售研究过程中的一个热点和难点。

参考文献

- [1] 伊庆. 航空客运低价营销策略研究[J]. 上海交通大学学报, 2007(41): 109-116
- [2] SMITH B, LDM KUHLER J, DARROW R, et al Yield management at American airlines[J]. Interface, 1992(1): 8-31
- [3] BRU MELLE S L, MCGILL J I Airline seat allocation with multiple nested fare classes [J]. Operations Research, 1993, 41: 127-137
- [4] BELOBABA P P, WILSON J L Impacts of yield management in competitive airline markets [J]. Journal of Air

- Transport Management, 1997, 3(1): 3-9
- [5] SUBRAMANIAN J, STIDHAM S, LAUTENBACHER C. Airline yield management with overbooking, cancellations, and no-shows[J]. Transportation Science, 1999, 33(2): 147-167.
- [6] FENG Y Y, GALLEGO G. Perishable asset revenue management with markovian time dependent demand intensities[J]. Management Science, 2000, 46(7): 941-956
- [7] ZHANG D, COOPER W L. Pricing substitutable flights in airline revenue management[J]. European Journal of Operational Research, 2009, 197: 848-861.
- [8] 刘军, 邱苑华. 航空客运收益管理的结构模型[J]. 北京航空航天大学学报: 社会科学版, 2000, 13(4): 17-21.
- [9] 康锦江, 张玉庆, 陈静. 航空收益管理及对中国企业的启示[J]. 东北大学学报: 社会科学版, 2003, 5(6): 420-422
- [10] 周圣武, 张兴永. 航空公司超额订票的收益分析[J]. 数学数学, 2003, 19(3): 5-7.
- [11] 高强, 朱金福, 陈可嘉. 机票超售的动态模型[J]. 工业技术经济. 2006, 25(2): 73-75
- [12] 席卫东, 乔兵. 基于 K 线图的收益管理浮动价格博弈[J]. 商业研究, 2006, 340: 34-39
- [13] 曾宪聚, 邹志坚, 徐晓莉. 中国民航机票折扣定价策略研究[J]. 运筹与管理, 2007, 16(5): 131-136
- [14] 廖刚, 陈宏民, 潘小军. 基于产品差异化的航空联盟定价[J]. 系统管理学报. 2007, 16(4): 376-381.
- [15] 肖勇波, 陈剑, 刘晓玲. 基于乘客选择行为的双航班机票联合动态定价模型[J]. 系统工程理论与实践, 2008, 1(1): 46-55
- [16] HUNTLEY I D, JAMES D J G. Mathematical Modeling, A Source Book of Case Studies[M]. Oxford University Press, 1990

Revenue Management Model of Pre sale Air Ticket Based on the Cross price Elasticity and Marginal Cost

Wang Yong, Song Guojun, Li Fuchang

(College of Economics and Business Administration, Chongqing University, Chongqing 400030, China)

Abstract: Revenue management is a kind of new management technology. And as one of the key technologies of revenue management, overbooking plays a significant role in improving airline revenue. Based on the flight overbooking, this article establishes a new model of pre sale air tickets, which considers cross price elasticity and marginal cost that the airline provides service to passengers. The new model not only emphasizes the importance of marginal cost to pre sale tickets, but also fully reflects that the airlines are facing fierce market competition. Through further analysis of the new model, optimal strategies for pre sale tickets in the presence of overbooking are obtained, which are of great instructive significance for the practical application.

Key words: revenue management; cross price elasticity; marginal cost; optimal discount; optimal revenue

(上接第 45 页)

Analysis on Electrical Energy Replacement and Economic Compensation Based on Energy Saving and Emission Reduction

Liu Ruiyu¹, Chen An¹, Xiao Yazhou²

(1 School of Economics and Management, Wuhan University, Wuhan 430072, China;

2 School of Computer Science and Technology, Wuhan University of Technology, Wuhan 430070, China)

Abstract: Electrical energy replacement based on energy saving and emission reduction can cause participants' profits adjustment in electric power market, thus it need rational economic compensation mechanism. Now that the competition mechanism of our national electric power market is being improved day by day, this paper combines administrative and marketing measures to design replace and subsidize the closed and unclosed units separately. It takes full use of surplus utility to subsidize unclosed units in the course of replacement by emphasizing public responsibility of companies and improving generation rights trade. It allows units which have surplus capacity to compete for electrical energy to pay for the fixed costs of closed units in order to subsidize closed units.

Key words: electrical energy replacement; economic compensation; energy saving and emission reduction; generation rights trade; surplus utility