

延期支付下部分价格折扣的变质物品订货模型

罗 兵,程进哈,万世英

(重庆大学 经济与工商管理学院,重庆 400030)

摘要:一般的延期支付库存模型将产品采购价视为固定不变的,而实际商业活动中,价格折扣是供应商促销的一种常用手段。本文在进一步考虑“数量界限”的价格折扣问题的基础上,建立了一个延期支付下部分价格折扣的变质物品经济订购批量模型,分析了两种情况下订货商的最优订货策略,并用算例进行了说明。

关键词:变质物品;延期支付;价格折扣;经济订购批量模型

中图分类号:F253.4 **文献标识码:**A **文章编号:**1002-980X(2010)07-0117-03

1 研究背景

长期以来,延期支付一直是供应商的常用促销手段,广泛应用于各种商业活动中,即使是在经济高速发展的信息化时代,延期支付同样是企业提高市场占有率的一种重要方式。传统库存模型一般假定订货商在收到现货时立即支付货款。实际经济生活中,供应商为了扩大销售,允许订货商在一定期限内支付货款,与此同时,供应商为了降低物品变质带来的损失,增加销售量,愿意给予购买一定数量的订货商价格折扣,这对订货商决定订货数量和支付货款时间都具有积极影响,因此,许多企业都愿意采用延期支付和价格折扣的办法来降低生产经营成本。

Goyal^[1]较早地提出了允许延期支付的经济订购批量模型(economic order quantity, EOQ); Shah^[2]进一步研究了允许缺货条件下的延期支付库存问题;Aggarwal等^[3]考虑物品变质的情况,扩展了Goyal^[1]的模型;Chang等^[4]、Jamal等^[5]建立了延期支付和缺货条件下变质物品的库存模型;Chang等^[6]、Chung等^[7]研究了信用支付与订货量有关的库存问题,分析了供应商提供的延期支付时间和订货商订货批量之间的关系;Teng等^[8]提出了供应商给定延期支付条件下订货商的最优价格和采购策略;Ouyang等^[9]研究了延期支付中利息、物品变质和延期支付期限对订货策略的影响;此外,一些学者还对延期支付情况下有现金折扣的问题进行了深入研究,如Chang等^[9]、Shib等^[10]分别建立了延

期支付和现金折扣条件下的订货模型,邱昊等^[12]对供应商提供延期付款和现金折扣政策下最优货款时间确定进行了研究。但以上研究均未涉及到订货“数量界限”的价格折扣问题,而实际经济生活中,供应商为了降低物品变质成本,转嫁经营风险,通常采用“数量界限”的价格折扣方法,即订货商订货达到(或超过)一定数量,供应商给予完全价格折扣(即对全部数量给予折扣),低于一定数量时,供应商给予部分价格折扣(即对部分数量给予折扣),以鼓励订货商多订货来分担自己面临物品变质而引起的损失,尤其对于支付能力有限的小宗货物订购商,这种价格折扣方法很有效果。本文正是基于这种实际背景,建立了一个供应商给予延期支付和部分价格折扣条件的经济订购批量模型,给出了订货商的订货策略,为其实际订购工作提供决策依据。

2 假定条件和符号定义

参考Ouyang等^[9],提出假设条件如下:①系统由一个供应商和一个订货商组成,单周期情况;②订货商对产品(存货)进行定期盘点检查,根据供应商延期支付和价格折扣政策来制定补货策略;③一种产品,不考虑联合订货;④仓库容量无限制;⑤市场需求连续、均匀;⑥产品变质程度与时间有关,变质率为常数。

符号定义如下: D 为市场需求率; T 为补货周期(决策变量); Q 为一个补货周期的订货量; $I(t)$ 为 t 时刻点的库存水平; θ 为变质率, $0 < \theta \leq 1$; M 为供应

收稿日期:2010-01-18

基金项目:国家自然科学基金资助(70872123)

作者简介:罗兵(1964—),男,重庆人,重庆大学经济与工商管理学院教授,博士,研究方向:物流与供应链管理;程进哈(1982—),男,四川南充人,重庆大学经济与工商管理学院硕士研究生,研究方向:物流与供应链管理;万世英(1981—),女,山东青岛人,重庆大学经济与工商管理学院硕士研究生,研究方向:物流与供应链管理。

商延期支付期限; I_k 为订货商单位产品年支付利息率; I_e 为订货商单位产品年收益利息率; γ 为供应商的价格折扣率; s 为供应商提供完全价格折扣(即对全部数量给予折扣)时的最低订货量; α 为供应商提供部分价格折扣(即对部分数量给予折扣)时享有价格折扣的数量占总数量的比例, $0 < \alpha \leq 1$; p_1 为订货商销售价, p 为订货商采购价, p_0 为供应商不提供价格折扣时的销售价, A 为一次订货成本, h 为订货商单位产品单位时间保管成本, TC 为一个周期内库存系统总成本。

当订货商的订货量达到(超过) s 时, 订货商享受完全价格折扣(即全部数量被给予折扣), 价格折扣率为 γ , 此时订货商的实际采购价为 $p_0(1 - \gamma)$ (这种情况类似于 Ouyang 等^[9]的研究内容); 当订货商的订货量未达到(低于) s 时, 只能享受部分价格折扣(即部分数量被给予折扣), 折扣部分(占有 α 的比例)的采购价为 $p_0(1 - \gamma)$, 未享受折扣部分(占有 $(1 - \alpha)$ 的比例)的采购价仍为 p_0 。

3 模型的建立和最优解分析

一个周期内 t 时刻的库存水平 $I(t)$ 需满足下列微分方程:

$$\frac{dI(t)}{dt} + \theta I(t) + D = 0 \quad (0 < t < T) \quad (1)$$

根据边界条件: $I(T) = 0$, 式(1)的解为:

$$I(t) = \frac{D}{\theta} [e^{\theta(T-t)} - 1] \quad (0 < t < T) \quad (2)$$

因此, 一个补货周期的订货量 Q 为 $Q = I(0) = \frac{D}{\theta} (e^{\theta T} - 1)$ 。

一个周期内库存系统的各项成本计算如下:

订购成本: $\frac{A}{T}$ 。

保管成本: $\frac{h}{T} \int_0^T \frac{D}{\theta} [e^{\theta(T-t)} - 1] dt = \frac{hD}{\theta T} (e^{\theta T} - \theta T - 1)$ 。

订货商订货量中 α 的部分以 $p_0(1 - \gamma)$ 的价格采购, $(1 - \alpha)$ 的部分以 p_0 的价格采购。

变质成本:

$$[p_0(1 - \gamma)\alpha(Q - DT) + p_0(1 - \alpha)(Q - DT)]/T = \frac{Dp_0(1 - \gamma)\alpha}{T\theta} (e^{\theta T} - \theta T - 1)。$$

$$\text{购买成本: } [p_0(1 - \gamma)\alpha Q + p_0(1 - \alpha)Q]/T = \frac{Dp_0(1 - \gamma)\alpha}{T\theta} (e^{\theta T} - 1)。$$

1) 当 $M \leq T$ 时, 支出的利息成本为:

$$\frac{p_0(1 - \gamma)\alpha}{T} \int_0^T \frac{D}{\theta} [e^{\theta(T-t)} - 1] dt + \frac{p_0(1 - \alpha)I_k}{T} \int_0^T$$

$$\frac{D}{\theta} [e^{\theta(T-t)} - 1] dt = \frac{Dp_0(1 - \gamma)\alpha I_k}{T\theta} [e^{\theta(T-M)} - \theta(T-M) - 1]。$$

$$\text{利息收入(负成本)为 } \frac{p_1 I_e}{T} \int_0^M t dt = \frac{p_1 I_e D M^2}{2T}。$$

库存系统总成本为:

$$TC_1 = \frac{A}{T} + \frac{hD}{T\theta} (e^{\theta T} - \theta T - 1) + \frac{Dp_0(1 - \gamma)\alpha}{\theta T} (e^{\theta T} - \theta T - 1) + \frac{Dp_0(1 - \gamma)\alpha}{T\theta} (e^{\theta T} - 1) + \frac{Dp_0(1 - \gamma)\alpha I_k}{T\theta} [e^{\theta(T-M)} - \theta(T-M) - 1] - \frac{p_1 I_e D M^2}{2T} \quad (3)$$

2) 当 $T \leq M$ 时, 利息支出成本为 0, 利息收入(负成本)为:

$$\frac{p_1 I_e}{T} \int_0^M t dt + DT(M - T) = p_1 I_e D (M - \frac{T}{2})。$$

库存系统总成本为:

$$TC_2 = \frac{A}{T} + \frac{hD}{T\theta} (e^{\theta T} - \theta T - 1) + \frac{Dp_0(1 - \gamma)\alpha}{\theta T} (e^{\theta T} - \theta T - 1) + \frac{Dp_0(1 - \gamma)\alpha}{T\theta} (e^{\theta T} - 1) - p_1 I_e D (M - \frac{T}{2}) \quad (4)$$

因为 $T\theta$ 很小, 所以 $e^{T\theta}$ 近似为泰勒展开式的前 3 项: $e^{T\theta} \approx 1 + \theta T + \frac{(\theta T)^2}{2}$ 。

$$\text{同理, } e^{\theta(T-M)} \approx 1 + \theta(T-M) + \frac{\theta(T-M)^2}{2}。$$

若 $M \leq T$ 时, 式(3)的 TC_1 可化简为:

$$TC_1 = \frac{A}{T} + \frac{hD + 2\theta Dp_0(1 - \gamma)\alpha T}{2} + Dp_0(1 - \gamma)\alpha + \frac{DI_k p_0(1 - \gamma)\alpha}{2} (T - 2M + \frac{M^2}{T}) - \frac{p_1 I_e D M^2}{2T} \quad (5)$$

对式(5)求一阶导数得:

$$\begin{aligned} dTC_1/dT &= [hD + 2\theta Dp_0(1 - \gamma)\alpha + DI_k p_0(1 - \gamma)\alpha]/2 - [M^2 DI_k p_0(1 - \gamma)\alpha]/2T^2 + [p_1 I_e D M^2]/2T^2 - A/T^2; \\ d^2 TC_1/dT^2 &= [2A + M^2 I_k D p_0(1 - \gamma)\alpha - p_1 I_e D M^2]/T^3。 \end{aligned}$$

当 $2A + M^2 I_k D p_0(1 - \gamma)\alpha - p_1 I_e D M^2 > 0$ 时, 总费用函数 TC_1 取得极小值。令 $dTC_1/dT = 0$, 可知当 $T_1^* =$

$\sqrt{\frac{2A + M^2 DI_k p_0(1 - \gamma)\alpha - p_1 I_e D M^2}{hD + 2\theta Dp_0(1 - \gamma)\alpha + DI_k p_0(1 - \gamma)\alpha}}$ 时库存系统的总成本最低。

若 $M \leq T$ 时, 式(4) TC_2 可化简为:

$$TC_2 = \frac{A}{T} + \frac{hD + 2\theta Dp_0(1 - \gamma)\alpha T}{2} + Dp_0(1 - \gamma)\alpha - p_1 I_e D (M - \frac{T}{2}) \quad (6)$$

对式(6)求一阶导数得:

$$\frac{dTC_2}{dT} = -\frac{A}{T^2} + \frac{hD + 2\theta Dp_0(1-\alpha\gamma)}{2} + \frac{p_1 I_e D}{2};$$

$$\frac{d^2 TC_2}{dT^2} = \frac{2A}{T^3} > 0。$$

$$\text{令 } \frac{dTC}{dT} = 0, \text{ 可知当 } T_2^* = \sqrt{\frac{2A}{hD + 2\theta Dp_0(1-\alpha\gamma) + p_1 I_e D}}$$

时库存系统的总成本最低。

综上所述,若一次订货成本 A 足够小,即 $A \leq \frac{M^2}{2} [hD + 2\theta Dp_0(1-\gamma) + Dp_1 I_e]$ 时,订货商最优补货周期为 T_1^* ,此时库存系统最小成本为 TC_1^* ;若一次订成本 A 足够大,即 $A \geq \frac{M^2}{2} [hD + 2\theta Dp_0(1-\gamma) + Dp_1 I_e]$ 时,订货商最优补货周期为 T_2^* ,此时取库存系统最小成本为 TC_2^* 。

4 数值算例

以下用数值算例说明上述模型的应用。

算例 1:参考 Ouyang 等^[9]的数据,假定某订货商面临的年需求率 $D = 1000$,一次订货成本 $A = 50$,单位产品单位时间保管成本 $h = 1$,产品变质率 $\theta = 0.03$,供应商不提供折扣时的价格 $p_0 = 100$,供应商提供的价格折扣率 $\gamma = 0.15$,产品销售价 $p_1 = 120$,单位产品年支付利息率 $I_k = 0.15$,单位产品年收益利息率 $I_e = 0.03$,供应商提供的延期支付期限 $M = 0.2$,供应商允许 $\alpha = 0.5$ 的部分产品获得价格折扣。此时, $A = 50 < \frac{M^2}{2} [hD + 2\theta Dp_0(1-\gamma) + Dp_1 I_e] = 98.64$,订货商应采取补货周期为 T_1^* , $T_1^* = 0.129087$ 年,一个周期补货量 $Q_1^* = 129.337$,库存系统总成本 $TC_1^* = 93113.9$ 。

算例 2:其他参数不变,年需求率 $D = 800$,一次订货成本 $A = 100$,此时 $A = 100 > \frac{M^2}{2} [hD + 2\theta Dp_0(1-\gamma) + Dp_1 I_e] = 78.91$,订货商应采取补货周期 T_2^* ,订货周期 $T_2^* = 0.155568$ 年,一个周期补货量 $Q_2^* = 124.745$,库存系统总成本 $TC_2^* = 77110.3$ 。

5 结论

在现代商业活动中,延期支付和价格折扣是企业市场营销和短期外部融资的重要手段。延期支付可以加快供应商存货的周转速度,优化供应链管理,促进市场进一步发展。从实务方面来看,供应商为了减少存货变质带来的风险,采用“数量界限”的价格折扣方式来促进订货商多订货,以降低生产经营

成本。本文提出的“数量界限”部分价格折扣延期支付订货模型,分析了两种情况下小宗货物订购商的订货策略,可根据一次订货成本的大小来决定实际订货方式,使库存系统总成本达到最低。本文还可以做进一步研究,如考虑随机需求、多个订货商、仓库缺货、补货率有限等情况。

参考文献

- [1] GOYAL S K. Economic order quantity under conditions of permissible delay in payment[J]. Journal of the Operational Research Society, 1985, 36: 335-338.
- [2] SHAH V R, PATEL N C, SHAH D K. Economic order quantity when delay in payments and shortages are permitted[J]. Gujarat Statistical Review, 1988, 15 (2): 52-56.
- [3] AGGARWA S P, JAGGI C K. Ordering policies of deteriorating items under permissible delay in payments [J]. Journal of the Operational Research Society, 1995, 27: 983-996.
- [4] JAMAL A, SARKER B, WANG S. On the economic order quantity under conditions of permissible in payments [J]. Journal of the Operational Research Society, 2002, 53: 915-918.
- [5] CHANG K J, DYE C Y. An inventory model for deteriorating items with partial backlogging and permissible delay in payments[J]. International Journal of Systems Science, 2001, 32: 345-352.
- [6] CHANG C T, OU YANG L Y, TENG J T. An EOQ model for deteriorating items under supplier credits linked to ordering quantity [J]. Applied Mathematical Modelling, 2003, 27: 983-996.
- [7] CHUNG K J, LIAO J J. Lot-sizing decisions under trade credit depending on the ordering quantity [J]. Computers & Operations Research, 2004, 31: 909-928.
- [8] TENG J T, CHANG C T, GOYAL S K. Optimal pricing and ordering policy under permissible in payments[J]. International Journal of Production Economics, 2005, 97: 121-129.
- [9] OU YANG L Y, et al. An economic order quantity model for deteriorating items with partially permissible delay in payments linked to order quantity[J]. European Journal of Operational Research, 2008, 194: 418-431.
- [10] CHANG C T, TENG J T. Retailer's optimal ordering policy under supplier credits[J]. Math Methods of Operational Research, 2004, 60: 345-352.
- [11] SHIB SANKAR SANA CHAUDHURI K S. A deterministic EOQ model with delays in payments and price-discount offers[J]. European Journal of the Operational Research Society, 2008, 184: 509-533.
- [12] 邱昊, 梁樑. 延期支付条件下最优支付时间确定: 考虑现金折扣情形[J]. 管理学报, 2007, 4(2): 191-194.

(下转第 126 页)

研究结论。

2) 由于力量有限,因此只选取了中国部分省市的连锁企业用户为样本,且大部分集中于东北地区,可能使结论受到影响,今后需要获得不同地区的连锁企业的感知信息来验证指标体系。

3) 本次研究虽然包括了大部分连锁企业的形态,为了使研究更具有一般性,还需要在国内其他的连锁业态作进一步的实证研究。

参考文献

- [1] GRONROOS C. An Applied service marketing theory[J]. European Journal of Marketing, 1982, 16(7): 30-41.
- [2] PERREAULT J R W D, RUSS F A. Physical distribution service: A neglected aspect of marketing management [R]. MSU Business Topics Summer, 1974. 37-45.
- [3] PERREAULT J R W D, RUSS F A. Physical distribution service in industrial purchase decisions [J]. Journal of Marketing, 1976. 4(40): 3-10.
- [4] LALONDE B J, ZINSZER P H. Customer Service: Meaning and Measurement[R]. Chicago, IL: National Council of Physical Distribution Management, 1976: 156-159.
- [5] 郑兵. B2C 网络商店物流服务质量及其与顾客忠诚的关系研究[D]. 大连: 大连理工大学, 2008.
- [6] MENTZER J T, GOMES R, KRAPFEL R E. Physical distribution service: a fundamental marketing concept [J]. Journal of the Academy of Marketing Science, 1989, 17(4): 53-62.
- [7] BIENSTOCK C C, MENTZER J T, BIRD M M. Measuring physical distribution service quality[J]. Journal of the Academy Marketing Science, 1997, 25(4): 31-44.
- [8] PARASURAMAN A, ZEITHAML V A, BERRY L. SERVQUAL: A Multiple-Item Scale for Measuring Consumer Perceptions of Service Quality[J]. Journal of Retailing, 1988, 64(1): 12-40.
- [9] MENTZER J T, FLINT D J, KENT J L. Developing a logistics service quality scale[J]. Journal of Business Logistics, 1999, 20(1): 9-32.
- [10] ELLRAM L M, LALONDE B J. Mary margaret weber. retail logistics[J]. International Journal of Physical Distribution & Logistics Management, 1999(29): 477-494.
- [11] 罗曼. 中小型零售连锁超市物流服务质量体系的构建[J]. 商场现代化, 2008, 5(540): 5-6.
- [12] 陈化飞. 连锁便利店物流服务质量体系构建的研究[J]. 黑龙江对外经贸, 2008(173): 57-87.
- [13] CHURCHILL G A. Paradigm for developing better measures of marketing constructs[J]. Journal of Marketing Research, 1979, 16(Feb): 64-73.
- [14] 王玲, 周京华. 中国第三方物流企业顾客满意度测评指标体系实证研究[J]. 经济管理·新管理, 2005, 8(16): 52-58.
- [15] MENTZER J T, FLINT D J, HULT G T M. Logistics service quality as a segment-customized process[J]. Journal of Marketing, 2001, 65(4): 82-101.
- [16] 王华. 供应链中物流服务的绩效评价[C]. 现代工业工程与管理研讨会论文集, 2006: 196-199.

System of Chain Store Logistics Service Quality :Construct and An Empirical Research

Xu Liang, Yu Mingnan, Wang Keyi

(School of Management, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

Abstract : Reviewed on the relevant researches in the field of logistics service quality in domestic and oversea, this paper analyzes theories of chain store logistics service quality and constructs the system of the chain store logistics service quality. It puts forward that chain store logistics service quality is made up of three dimensions: positive process quality, reverse process quality, outcome quality and develops relevant measurement tool. The scale of the framework is tested by the sample collected from the 48 domestic chain enterprises.

Key words : service quality; chain store logistics; quality system

(上接第 119 页)

Research on the Inventory Model of Deteriorating Items under Delay Payments and Partial Price Discount

Luo Bing, Cheng Jinhan, Wan Shiyang

(School of Economics and Business Administration, Chongqing University, Chongqing 400030, China)

Abstract : The traditional inventory models of delay in payments assume purchase price is fixed. Price discount is one means of the business promotion. By further considering the "quantity limits" of the price discounts, an EOQ model is developed for deteriorating items under delay in payments and partial price discount. The example illustrates the two different optimal order policy.

Key words : deteriorating items; delay payments; price discount; economic order quantity